**Universität Koblenz-Landau**
Institut für Informatik
*Dr. Bernhard Beckert*
*Marc Seidel*

WS ’03/’04

**Vorlesung**

# Einführung in die KI / KI für Informationsmanager

`www.uni-koblenz.de/~beckert/Einfuehrung-KI`

## Aufgabenblatt 7

Dieses Aufgabenblatt wird in der Übung am **14.01.04** besprochen.



**Aufgabe 1** (4 Punkte)

Ein Ratgeber für Studenten empfiehlt folgende Regeln:

1) Wenn man die Übungen morgens nicht verschläft, dann mittags in die Vorlesung gehen.
2) Wenn man mittags in die Vorlesung geht oder ein Hauptseminar besucht, dann abends auf die Party verzichten.
3) Verschläft man morgens die Übungen immer abends auf die Party gehen (und umgekehrt).
4) Mindestens zwei der obigen Ereignisse (Übungen verschlafen, VL gehen, HS besuchen oder Party) pro Tag durchführen.
5) Wenn man morgens die Übungen verschläft, dann sollte man mittags das Hauptseminar besuchen.

Dese Regeln lassen sich wie folgt in Aussagenlogik formalisieren (siehe letztes Übungsblatt):

1) $\neg U \Rightarrow V$
2) $(V \vee H) \Rightarrow \neg P$
3) $U \Leftrightarrow P$
4) $(U \wedge V) \vee (U \wedge H) \vee (U \wedge P) \vee (V \wedge H) \vee (V \wedge P) \vee (H \wedge P)$
5) $U \Rightarrow H$

Stellen Sie nun mit Hilfe einer Wahrheitstafel fest, wie sich Ihren Kommilitonen (nach diesem Ratgeber) verhalten sollten, wenn sie alle Regeln einhalten wollen.

**Lösung:**

Die Wahrheitstafel ergibt für die Konjunktion der fünf Regeln (mit $R$ bezeichnet) folgendes:

| $U$ | $V$ | $H$ | $P$ | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | $R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Es gibt nur eine einzige Zeile in der Wahrheitstafel, die die Konjunktion aller Regeln wahr macht. D.h. der Ratgeber kann auf folgende Regel verkürzt werden: $\neg U \wedge V \wedge H \wedge \neg P$, nämlich morgens nicht die Übungen verschlafen, mittags die Vorlesung und das Hauptseminar besuchen und abends nicht auf die Party gehen.

## **Aufgabe 2** (3 Punkte)

Beweisen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel, daß die aussagenlogischen Formeln

$$s \quad = \quad (x \wedge y) \leftrightarrow (x \vee z)$$

und

$$t \quad = \quad (x \wedge y) \vee \neg(x \vee z)$$

logisch äquivalent sind.

**Lösung:**

| $x$ | $y$ | $z$ | $u = x \wedge y$ | $v = x \vee z$ | $s = u \leftrightarrow v$ | $\neg v$ | $t = u \vee \neg v$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Aus der Gleichheit der Spalten für die Formeln $s$ und $t$ folgt deren logische Äquivale!nz.

**Aufgabe 3** (3+3 Punkte)

Zeigen Sie durch Anwendung der Umformungsregeln (Folien 26 u. 27 der Vorlesung), daß folgende Formeln logisch äquivalent sind.

Hinweis: Benutzen Sie die die folgenden Regeln zur Absorption, falls nötig.

- $(\alpha \wedge (\alpha \vee \beta)) \equiv \alpha$
- $(\alpha \vee (\alpha \wedge \beta)) \equiv \alpha$

(a) $A \wedge B \rightarrow C$ und
$(A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)$

**Lösung:**

$$\begin{aligned}
A \wedge B \rightarrow C \quad &\equiv \neg(A \wedge B) \vee C && \text{Umschreibung der Implikation}\\
&\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee C && \text{DeMorgan}\\
&\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee (C \vee C) && \text{Idempotenz}\\
&\equiv \neg A \vee (\neg B \vee (C \vee C)) && \text{Assoziativgesetz}\\
&\equiv \neg A \vee ((\neg B \vee C) \vee C) && \text{Assoziativgesetz}\\
&\equiv \neg A \vee (C \vee (\neg B \vee C) && \text{Kommutativgesetz}\\
&\equiv (\neg A \vee C) \vee (\neg B \vee C) && \text{Assoziativgesetz}\\
&\equiv (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C) && \text{Umschreibung der Implikation}
\end{aligned}$$

(b) $A$ und
$A \vee ((B \vee C) \wedge \neg(\neg A \wedge (\neg A \vee D)))$

**Lösung:**

$$\begin{aligned}
A \vee ((B \vee C) \wedge \neg(\neg A \wedge (\neg A \vee D))) \quad &\equiv A \vee ((B \vee C) \wedge \neg(\neg(A)) && \text{Absorptionsgesetz}\\
&\equiv A \vee ((B \vee C) \wedge A) && \text{Doppelte Negation}\\
&\equiv A \vee (A \wedge (B \vee C))) && \text{Kommutativgesetz}\\
&\equiv A && \text{Absorptionsgesetz}
\end{aligned}$$

**Aufgabe 4** (1+3 Punkte)

Wie in der Vorlesung beschrieben, bezeichnen die aussagenlogischen Variablen $w_{i,j}$ und $p_{i,j}$ die Information, auf dem Feld $(i, j)$ ein Wumpus bzw. ein Loch (Pit) ist. Mit welchen aussagenlogischen Formeln kann man folgende Eigenschaften der Wumpus-Welt beschreiben? Geben Sie die Lösung für eine Wumpuswelt der Größe $n \times n$ für beliebiges $n$ an.

(a) Der Wumpus sitzt nicht in einem Loch.

**Lösung:**

$$\bigwedge_{1 \leq i,j \leq n} (w_{i,j} \Rightarrow \neg p_{i,j})$$

(b) Es gibt genau(!) einen Wumpus.

**Lösung:**

$$
\bigvee_{1\le i,j\le n} w_{i,j}
\\
\wedge
\\
\bigwedge_{1\le i,j\le n} \bigwedge_{\substack{1\le k,l\le n\\ (k,l)\neq(i,j)}} \left(w_{i,j} \Rightarrow \neg w_{k,l}\right)
$$