

Formale Systeme II: Theorie (Sommer 2018) Übungsblatt „Dynamische Logik“

Aufgabe 1 Zur Einstimmung

(a) Gilt $p \rightarrow [\alpha]p \models [\beta^* ; ?p ; \alpha^*]p$ für PDL?

Begründen Sie.

(b) Ist $[\alpha^* ; \beta^*]p \rightarrow [(\alpha \cup \beta)^*]p$ eine PDL-Tautologie?

Wie sieht es mit der umgekehrten Implikationsrichtung aus?

(c) Gilt $\mathbb{N} \models \forall x. \langle \mathbf{while} \ x \neq 1 \ \mathbf{do} \ \mathbf{if} \ \exists k. x=2k \ \mathbf{then} \ x := x/2 \ \mathbf{else} \ x := 3x + 1 \rangle x = 1$?

Vorsicht, ganz und gar nicht einfach. (Recherchiere „Collatz-Funktion“)

Aufgabe 2 DL-Kalkül

Beweisen Sie mithilfe des vorgestellten weakest-precondition-Kalküls, dass für folgendes while-Programm

```
i := 1;
r := a;
while i < b do
  r := r + a;
  i := i + 1
```

unter der Vorbedingung $b > 0$ die Nachbedingung $r = a \cdot b$ erfüllt ist.

Aufgabe 3 Formalisierung der Endlichkeit

Sei die prädikatenlogische Signatur gegeben, die nur das einstellige Funktionssymbol f enthalte. Geben Sie eine Formel φ_{fin} der uninterpretierten FODL über dieser Signatur an, so dass gilt:

1. Wenn $D, I \models \varphi_{fin}$, dann ist das Universum D endlich **und**
2. für jedes endliche Universum D gibt es eine Interpretation I mit $D, I \models \varphi_{fin}$

Hinweis: Eine mögliche Lösung hat mit der Formalisierung von Erreichbarkeit zu tun.

Zur Erinnerung: Wegen des Kompaktheitsatzes gibt es keine prädikatenlogische Formel erster Stufe, die diese Eigenschaft hat.

Aufgabe 4

Beweisen Sie, dass die folgende PDL-Schlussregel korrekt ist:

$$\frac{\varphi \rightarrow [\pi]\varphi}{\varphi \rightarrow [\pi^*]\varphi}$$