



Formale Systeme, WS 2008/2009

Übungsblatt 5

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 12.12.2008 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der folgenden Klauselmenge mittels des Resolutionskalküls:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{p(x_1, f(x_1)), \quad \{-p(x_2, x_3), \neg p(x_3, x_4), p(x_2, x_4)\}, \quad \{p(g(d), x_8)\}, \\ \{-p(c, c), \neg p(d, g(x_7))\}, \quad \{p(x_5, x_6), \neg p(x_6, x_5)\} \end{array} \right\}$$

Darin sind p ein zweistelliges Prädikatensymbol, x_1, \dots, x_8 Variablen, f, g einstellige Funktionssymbole und c, d Symbole für konstante Funktionen.

Geben Sie für alle Resolutionsschritte den verwendeten Unifikator an.

Aufgabe 2

(a) Geben Sie eine prädikatenlogische Formel F an, die folgendes formalisiert:

Daraus, dass

- es eine gerade Zahl gibt,
- wenn x eine gerade Zahl ist, auch das Doppelte von x eine gerade Zahl ist, und
- eine Zahl genau dann gerade ist, wenn sie nicht ungerade ist,

folgt, daß es eine Zahl x gibt, so daß das Doppelte des Doppelten von x nicht ungerade ist.

Verwenden Sie dabei die Prädikatensymbole g (gerade) und u (ungerade) und das Funktionssymbol d (das Doppelte von).

- (b) Transformieren Sie das Negat von F in Skolem-Normalform (mit Matrix in konjunktiver Normalform).
- (c) Zeigen Sie mit Hilfe des Resolutionskalküls, daß F allgemeingültig ist.

— bitte wenden —

Aufgabe 3

Gegeben sei die Signatur $\Sigma = (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma)$ mit

- $F_\Sigma = \{b, f\}$,
- $P_\Sigma = \{p\}$ und
- $\alpha_\Sigma(b) = 0, \alpha_\Sigma(f) = 1, \alpha_\Sigma(p) = 1$.

- (a) Wieviele verschiedene Herbrand-Interpretationen über Σ gibt es?
(b) Wieviele verschiedene Herbrand-Modelle besitzt die Formel

$$p(f(f(b))) \wedge \forall x(p(x) \rightarrow p(f(x))) \quad ? \quad (1)$$

Zählen Sie sie auf.

- (c) Jedes Herbrand-Modell über Σ der Formel (1) ist auch Modell der Formel

$$\forall x(p(f(f(x)))) \quad . \quad (2)$$

Geben Sie eine (Nicht-Herbrand-)Interpretation an, die Modell von (1) aber nicht von (2) ist.

Aufgabe 4

Gegeben ist die PL-Signatur Σ_g , die nur das zweistellige Prädikatensymbol p enthält.

Eine Interpretation (D, I) für Σ_g kann als (gerichteter) Graph interpretiert werden mit der Knotenmenge D und der Kantenmenge $I(p) \subseteq D \times D$.

- (a) Geben Sie eine prädikatenlogische Formel σ_3 an, so dass jedes Modell von σ_3 interpretiert als Graph keinen Zyklus besitzt, der genau die Länge 3 hat.
(b) Geben Sie eine Formelmengemenge Z an, so dass jedes Modell von Z interpretiert als Graph zyklensfrei ist.
(c) Beweisen Sie: Es gibt keine Formelmengemenge S , so dass eine Interpretation genau dann Modell von S ist, wenn sie (als Graph interpretiert) einen Zyklus besitzt.

Hinweis: Benutzen Sie Satz 5.41 aus der Vorlesung und orientieren Sie sich am Beweis von Satz 5.42.

— ANZEIGE DER FACHSCHAFT —



Helfen?
www.phestinscribe.de

Eulenfest

ein Wintermärchen

16.12. - Infobau

Disko - Lounge - Longdrinks - Glühwein - Lebkuchen
Happyhours: Glühwein (19-21 Uhr), Bier (23-00 Uhr)

— ANZEIGE DER FACHSCHAFT —