



Formale Systeme, WS 2008/2009

Übungsblatt 6

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 9.1.2009 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie mittels des Tableaukalküls, dass die folgende prädikatenlogische Formel allgemeingültig ist:

$$(\forall x p(x) \vee \forall x q(x)) \rightarrow \forall x (p(x) \vee q(x))$$

Aufgabe 2

Gegeben seien die folgenden Aussagen:

- Politiker mögen niemanden, der knausrig ist.
- Jeder Politiker mag eine Firma.
- Es gibt einen Politiker.

(a) Formalisieren Sie die Aussagen in Prädikatenlogik. Benutzen Sie dafür die folgenden Prädikate:

$p(x)$	für x ist ein Politiker
$ma(x, y)$	x mag y
$kn(x)$	für x ist knausrig
$fi(x)$	für x ist eine Firma

(b) Zeigen Sie mittels des Tableaukalküls, dass aus den drei gegebenen Aussagen die folgende Aussage folgt:

Es gibt eine Firma, die nicht knausrig ist.

Aufgabe 3

Gegeben sei folgende Formel A :

$$A = [\forall x \forall y (p(x, y) \rightarrow q(x, y)) \wedge \forall x \forall y (r(x, y) \rightarrow s(x, y))] \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (p(x, z) \wedge r(z, y)) \rightarrow \exists u (q(x, u) \wedge s(u, y)))$$

Zeigen Sie die Allgemeingültigkeit der Formel A mithilfe des Tableaukalküls. Sie können dafür das Tableau-Applet auf der Vorlesungshomepage benutzen:

<http://i12www.ira.uka.de/~mulbrich/teaching/formsys07/tablet.html>

Aufgabe 4

Unter dem *Trinkerparadox von Smullyan* versteht man folgende Aussage: „In einer nichtleeren Bar gibt es stets eine Person P , so daß, falls P etwas trinkt, alle anwesenden Personen etwas trinken.“

- (a) Formalisieren Sie diese Aussagen in Prädikatenlogik erster Ordnung.

Hinweis: die Personen in der Bar sollen das Universum der intendierten Interpretation sein; damit ist „nicht leer“ schon erledigt. Außerdem verwende man ein einstelliges Prädikat $t(x)$ für „ x trinkt etwas“.

- (b) Zeigen Sie durch Argumentation über die Semantik der PL1, daß die in Teilaufgabe (a) formalisierte Aussage A eine allgemeingültige PL1-Formel ist.
- (c) Zeigen Sie, daß die Voraussetzung einer „nichtleeren Bar“ wesentlich ist, indem Sie ein Modell von $\neg A$ mit leerem Universum angeben.
- (d) Beweisen Sie die Allgemeingültigkeit der Aussage A mithilfe des Tableauealküls.