1. Zwischentest Formale Systeme

Fakultät für Informatik

WS 2010/2011

Prof. Dr. Bernhard Beckert

09. Dezember 2010

Name: ______________________

Vorname: ______________________

Matrikel-Nr.: ______________________

Gruppe: __________ **Platz:** __________

Die Bearbeitungszeit beträgt 30 Minuten.

A1 (10)	A2 (5)	A3 (10)	A4 (5)	Σ (30)

Bewertungstabelle bitte frei lassen!

Gesamtpunkte:

MUSTERLSG

1 Zur Einstimmung (5+5 Punkte)

a. Bitte kreuzen Sie in der folgenden Tabelle das Zutreffende an. Für korrekte Antworten erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten wird ein Punkt abgezogen. Dabei werden jedoch nie weniger als 0 Punkte für diese Teilaufgabe vergeben.

	Richtig	Falsch
Für jede aussagenlogische Formel A gilt: ist A erfüllbar, so ist auch das Negat $\neg A$ erfüllbar.		X
Der vollständig reduzierte Shannongraph für eine Formel A hat genauso viele Knoten wie der vollständig reduzierte Shannongraph für das Negat $\neg A$ (bei gleicher Variablenordnung).	X	
Es gibt einen booleschen Operator (d.h. eine aussagenlogische Verknüpfung) $\odot$ und allgemeingültige aussagenlogische Formeln A_1 und A_2, so dass $A_1 \odot A_2$ erfüllbar aber nicht allgemeingültig ist.		X
Zu jeder aussagenlogischen Formel lässt sich eine erfüllbarkeitsäquivalente Hornformel konstruieren.	X	
Zu jeder aussagenlogischen Formel lässt sich eine äquivalente Hornformel konstruieren.		X

b. Bitte kreuzen Sie in der folgenden Tabelle das Zutreffende an. Für korrekte Antworten erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten wird ein Punkt abgezogen. Dabei werden jedoch nie weniger als 0 Punkte für diese Teilaufgabe vergeben.

	Richtig	Falsch
Sei E eine beliebige endliche Teilmenge einer Menge M aussagenlogischer Formeln und A eine aussagenlogische Formel, dann folgt: gilt $M \models A$ so auch $E \models A$.		X
Ein Kalkül, mit dem sich nichts ableiten lässt, ist immer korrekt.	X	
Gegeben sei eine endliche aussagenlogische Signatur Σ. Dann gilt: die Menge aller Formeln über Σ ist ebenfalls endlich.		X
Gegeben sei eine endliche aussagenlogische Signatur Σ. Dann gilt: die Menge aller Klauseln, die sich aus den Elementen von Σ bilden lassen, ist ebenfalls endlich.	X	
Jeder offene Ast eines vollständig expandierten Tableaus mit der Startmarkierung $1P$ entspricht einem Modell für die Formel P.	X	

MUSTERLSG

2 Resolution (5 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe des aussagenlogischen Resolutionskalküls, dass die Formel

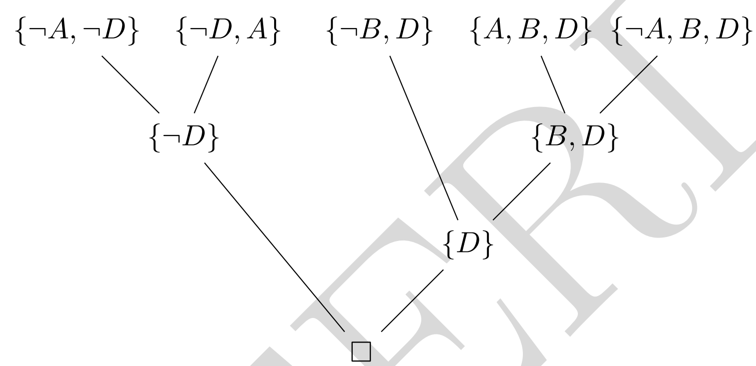
$$(\neg A \land \neg B \land \neg D) \lor (A \land D) \lor \neg(B \to D) \lor \neg(D \to A) \lor \neg(A \to (B \lor D))$$

allgemeingültig ist.

Resolution ist ein Widerlegungskalkül. Wir zeigen also die Unerfüllbarkeit von $\neg F$. Nach De Morgan und Auflösung der Implikation bleibt:

$$\neg F \equiv (A \lor B \lor D) \land (\neg A \lor \neg D) \land (\neg B \lor D) \land (\neg D \lor A) \land (\neg A \lor B \lor D)$$

Klauselform und Beweis:



MUSTERLSG

3 Tableau-Kalkül (4+6 Punkte)

a. Formalisieren Sie die folgenden Aussagen **(1)** bis **(4)** in Aussagenlogik (tragen Sie Ihr Ergebnis in die Lücken ein). Benutzen Sie dazu die aussagenlogischen Variablen:

- **W** („die Warnlampe leuchtet“)
- **L** („die Lichtmaschine funktioniert“)
- **U** („es liegt eine Überspannung vor“)
- **M** („der Motor lässt sich starten“)
- **S** („der Spannungssensor funktioniert“)

Ein Autofahrer bringt seinen defekten Wagen mit folgendem Symptom in die Werkstatt:

1. Die Warnlampe leuchtet, aber der Motor lässt sich starten.

   Aussage: $\boxed{W \land M}$

Die Diagnose der Werkstatt stützt sich auf folgende Aussagen:

2. Leuchtet die Warnlampe, so folgt daraus, dass die Lichtmaschine defekt ist und der Spannungssensor funktioniert.

   Aussage: $\boxed{W \to \neg L \land S}$

3. Ist die Lichtmaschine defekt, so liegt eine Überspannung vor.

   Aussage: $\boxed{\neg L \to U}$

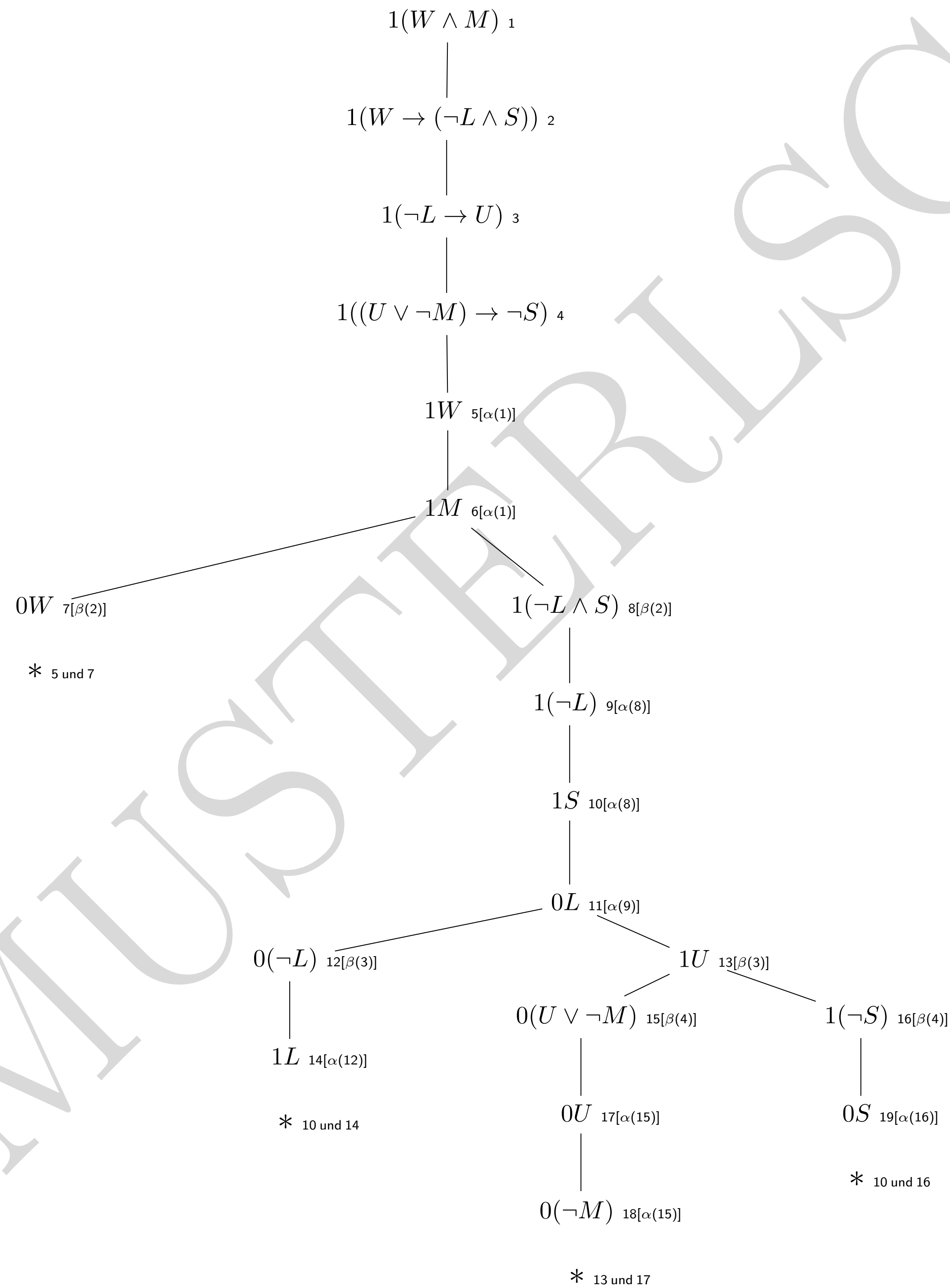
4. Zwei Fehler lassen auf einen defekten Spannungssensor schliessen: es liegt eine Überspannung vor, oder der Motor lässt sich nicht starten (oder beides).

   Aussage: $\boxed{U \lor \neg M \to \neg S}$

MUSTERLSG

b. Benutzen Sie den Tableau-Kalkül, um zu zeigen, dass die Formelmenge aus **a.** unerfüllbar ist.

Notieren Sie bei jedem Schritt, durch welche Regelanwendung eine Formel auf dem Tableau entstanden ist.



MUSTERLSG

4 Markierungsalgorithmus für Hornformeln (5 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe des Markierungsalgorithmus für Hornformeln, dass folgende Formelmenge unerfüllbar ist.

a. Formen Sie zunächst die Formeln in Implikationsschreibweise um.

1. $\neg(C \wedge \neg B)$
2. $(E \wedge C) \rightarrow \neg B \vee A$
3. $\neg B \vee E \vee \neg A$
4. C
5. $\neg D \vee \neg A \vee \neg B \vee \neg E \vee \neg C$
6. $C \rightarrow (B \rightarrow A)$
7. $\neg E \vee \neg C \vee D$

a.

1. $\boxed{C \rightarrow B}$
2. $\boxed{(E \wedge C \wedge B) \rightarrow A}$
3. $\boxed{(B \wedge A) \rightarrow E}$
4. $\boxed{C}$
5. $\boxed{(D \wedge A \wedge B \wedge E \wedge C) \rightarrow \mathbf{0}}$
6. $\boxed{(C \wedge B) \rightarrow A}$
7. $\boxed{(E \wedge C) \rightarrow D}$

b. Dokumentieren Sie in unterer Tabelle, in welcher Reihenfolge und aus welchem Grund die einzelnen Atome markiert werden.[1]

1. Schritt Wegen Formel Nr. 4 wird $\boxed{C}$ markiert.

2. Schritt Wegen Formel Nr. 1 wird $\boxed{B}$ markiert.

3. Schritt Wegen Formel Nr. 6 wird $\boxed{A}$ markiert.

4. Schritt Wegen Formel Nr. 3 wird $\boxed{E}$ markiert.

5. Schritt Wegen Formel Nr. 7 wird $\boxed{D}$ markiert.

6. Schritt Wegen Formel Nr. 5 wird $\boxed{\mathbf{0}}$ markiert.

7. Schritt Wegen Formel Nr. ☐ wird ______ markiert.

8. Schritt Wegen Formel Nr. ☐ wird ______ markiert.

9. Schritt Wegen Formel Nr. ☐ wird ______ markiert.

10. Schritt Wegen Formel Nr. ☐ wird ______ markiert.

[1] Aus der Länge der Tabelle lässt sich nicht auf die Anzahl notwendiger Markierungsschritte schliessen.

MUSTERLSG