



1. Zwischentest Formale Systeme
Fakultät für Informatik
WS 2010/2011

Prof. Dr. Bernhard Beckert

09. Dezember 2010

Name: _____

Vorname: _____

Matrikel-Nr.: _____

Gruppe: _____ Platz: _____

Die Bearbeitungszeit beträgt 30 Minuten.

A1 (10)	A2 (5)	A3 (10)	A4 (5)	Σ (30)

Bewertungstabelle bitte frei lassen!

Gesamtpunkte:

1 Zur Einstimmung

(5+5 Punkte)

- a. Bitte kreuzen Sie in der folgenden Tabelle das Zutreffende an. Für korrekte Antworten erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten wird ein Punkt abgezogen. Dabei werden jedoch nie weniger als 0 Punkte für diese Teilaufgabe vergeben.

	Richtig	Falsch
Für jede aussagenlogische Formel A gilt: ist A erfüllbar, so ist auch das Negat $\neg A$ erfüllbar.		
Der vollständig reduzierte Shannongraph für eine Formel A hat genauso viele Knoten wie der vollständig reduzierte Shannongraph für das Negat $\neg A$ (bei gleicher Variablenordnung).		
Es gibt einen booleschen Operator (d.h. eine aussagenlogische Verknüpfung) \odot und allgemeingültige aussagenlogische Formeln A_1 und A_2 , so dass $A_1 \odot A_2$ erfüllbar aber nicht allgemeingültig ist.		
Zu jeder aussagenlogischen Formel lässt sich eine erfüllbarkeitsäquivalente Hornformel konstruieren.		
Zu jeder aussagenlogischen Formel lässt sich eine äquivalente Hornformel konstruieren.		

- b. Bitte kreuzen Sie in der folgenden Tabelle das Zutreffende an. Für korrekte Antworten erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten wird ein Punkt abgezogen. Dabei werden jedoch nie weniger als 0 Punkte für diese Teilaufgabe vergeben.

	Richtig	Falsch
Sei E eine beliebige endliche Teilmenge einer Menge M aussagenlogischer Formeln und A eine aussagenlogische Formel, dann folgt: gilt $M \models A$ so auch $E \models A$.		
Ein Kalkül, mit dem sich nichts ableiten lässt, ist immer korrekt.		
Gegeben sei eine endliche aussagenlogische Signatur Σ . Dann gilt: die Menge aller Formeln über Σ ist ebenfalls endlich.		
Gegeben sei eine endliche aussagenlogische Signatur Σ . Dann gilt: die Menge aller Klauseln, die sich aus den Elementen von Σ bilden lassen, ist ebenfalls endlich.		
Jeder offene Ast eines vollständig expandierten Tableaus mit der Startmarkierung $1P$ entspricht einem Modell für die Formel P .		

2 Resolution

(5 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe des aussagenlogischen Resolutionskalküls, dass die Formel

$$(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg D) \vee (A \wedge D) \vee \neg(B \rightarrow D) \vee \neg(D \rightarrow A) \vee \neg(A \rightarrow (B \vee D))$$

allgemeingültig ist.

3 Tableau-Kalkül

(4+6 Punkte)

- a. Formalisieren Sie die folgenden Aussagen (1) bis (4) in Aussagenlogik (tragen Sie Ihr Ergebnis in die Lücken ein). Benutzen Sie dazu die aussagenlogischen Variablen:

- **W** („die Warnlampe leuchtet“)
- **L** („die Lichtmaschine funktioniert“)
- **U** („es liegt eine Überspannung vor“)
- **M** („der Motor lässt sich starten“)
- **S** („der Spannungssensor funktioniert“)

Ein Autofahrer bringt seinen defekten Wagen mit folgendem Symptom in die Werkstatt:

1. Die Warnlampe leuchtet, aber der Motor lässt sich starten.

Aussage: _____

Die Diagnose der Werkstatt stützt sich auf folgende Aussagen:

2. Leuchtet die Warnlampe, so folgt daraus, dass die Lichtmaschine defekt ist und der Spannungssensor funktioniert.

Aussage: _____

3. Ist die Lichtmaschine defekt, so liegt eine Überspannung vor.

Aussage: _____

4. Zwei Fehler lassen auf einen defekten Spannungssensor schliessen: es liegt eine Überspannung vor, oder der Motor lässt sich nicht starten (oder beides).

Aussage: _____

- b.** Benutzen Sie den Tableau-Kalkül, um zu zeigen, dass die Formelmenge aus **a.** unerfüllbar ist. Notieren Sie bei jedem Schritt, durch welche Regelanwendung eine Formel auf dem Tableau entstanden ist.

4 Markierungsalgorithmus für Hornformeln (5 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe des Markierungsalgorithmus für Hornformeln, dass folgende Formelmengung unerfüllbar ist.

a. Formen Sie zunächst die Formeln in Implikationsschreibweise um.

1. $\neg(C \wedge \neg B)$

2. $(E \wedge C) \rightarrow \neg B \vee A$

3. $\neg B \vee E \vee \neg A$

4. C

5. $\neg D \vee \neg A \vee \neg B \vee \neg E \vee \neg C$

6. $C \rightarrow (B \rightarrow A)$

7. $\neg E \vee \neg C \vee D$

a.

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

6. _____

7. _____

b. Dokumentieren Sie in unterer Tabelle, in welcher Reihenfolge und aus welchem Grund die einzelnen Atome markiert werden.¹

1. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

2. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

3. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

4. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

5. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

6. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

7. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

8. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

9. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

10. Schritt Wegen Formel Nr. wird _____ markiert.

¹Aus der Länge der Tabelle lässt sich nicht auf die Anzahl notwendiger Markierungsschritte schließen.