2. Zwischentest Formale Systeme

Fakultät für Informatik

WS 2010/2011

Prof. Dr. Bernhard Beckert

27. Januar 2011

Name: **Name**

Matrikel-Nr.: **Matrikelnummer**

Gruppe: **Gruppe**

Platz: **Platz**

Die Bearbeitungszeit beträgt 30 Minuten.

A1 (10)	A2 (6)	A3 (5)	A4 (9)	Σ (30)

Bewertungstabelle bitte frei lassen!

Gesamtpunkte:

1 Zur Einstimmung (6+4 Punkte)

a. Bitte kreuzen Sie in der folgenden Tabelle das Zutreffende an. Für korrekte Antworten erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten wird ein Punkt abgezogen. Dabei werden jedoch nie weniger als 0 Punkte für diese Teilaufgabe vergeben.

	Richtig	Falsch
Für die Prädikatenlogik zweiter Stufe gibt es *keinen* korrekten Kalkül.		
Sei C eine prädikatenlogische Resolvente der Klauseln D_1 und D_2. Dann gilt: C hat stets weniger Literale als $D_1 \cup D_2$.		
Der allgemeinste Unifikator zweier Terme ist bis auf Variablenumbenennungen eindeutig bestimmt.		
Die Skolemnormalform einer Formel ist eindeutig bestimmt.		
Ist eine Logik nicht kompakt, so gibt es keinen korrekten und vollständigen Hilbertkalkül für diese Logik.		
Wenn t_1 und t_2 unifizierbar sind, dann ist $Cl_\exists(t_1 \doteq t_2)$ allgemeingültig.		

b. Bitte kreuzen Sie in den folgenden Tabellen die für die Formeln in der jeweiligen Logik zutreffende Eigenschaft an. Für korrekte Antworten erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten wird ein Punkt abgezogen. Dabei werden jedoch nie weniger als 0 Punkte pro Tabelle vergeben.

PL1 (Prädikatenlogik 1. Stufe)	keine Formel der PL1	erfüllbar (aber nicht allgemeing.)	allgemeingültig (und erfüllbar)	unerfüllbar
$\exists y(p(y) \to \neg p(y))$				
$\big(\exists y \forall x(x \doteq y)\big) \to \big(\exists x(p(x) \to \forall y\, p(y))\big)$				
$\forall x(p(x) \land \neg\big(q(x) \to p(c)\big))$				
$\forall x \exists c(p(x) \land x \doteq c)$				

p, q sind Prädikatensymbole, c ist ein Konstantensymbol, die übrigen Bezeichner sind Variablen.

2 Formalisieren in Prädikatenlogik (1+2+3 Punkte)

Formalisieren Sie folgende Aussagen in Prädikatenlogik erster Stufe. Benutzen Sie dabei jeweils die angegebenen Prädikat- und Funktionssymbole.

Die Bedeutung der Symbole ist wie folgt festgelegt:

Prädikat	Bedeutung
$gerade(x)$	x ist gerade
$prim(x)$	x ist eine Primzahl
$teilt(x, y)$	x teilt y (ohne Rest)

Funktion	Bedeutung
$\mathtt{0}$	Die Zahl 0
$s(x)$	$x + 1$
$pow(x, y)$	x^y

1. Es gibt genau eine gerade Primzahl.
   <u>Prädikate:</u> $prim(\cdot)$, $gerade(\cdot)$

2. Zwischen den Primzahlen eines Primzahlzwillings liegt immer eine durch drei teilbare Zahl. (Einen Primzahlzwilling nennt man zwei Primzahlen deren Differenz zwei ist.)
   <u>Prädikate:</u> $teilt(\cdot, \cdot)$, $prim(\cdot)$
   <u>Funktionen:</u> $s(\cdot)$, $\mathtt{0}$

3. Für je zwei beliebige echte Potenzen gilt: beträgt deren Differenz genau eins, so muss die Basis einer der Potenzen kleiner oder gleich zwei sein. Eine Zahl n ist eine echte Potenz, wenn es Zahlen a und b gibt, mit $b \geq 2$ und $n = a^b$.

   <u>Funktionen:</u> $s(\cdot)$, $\mathtt{0}$, $pow(\cdot, \cdot)$

3 Resolution (5 Punkte)

Zeigen Sie mittels Resolution, dass die Menge folgender Klauseln unerfüllbar ist:

(1) $\{\ p(x, f(x))\ \}$

(2) $\{\ r(v, w), \quad \neg p(f(c), v)\ \}$

(3) $\{\ \neg r(f(u), g(c)), \quad q(y)\ \}$

(4) $\{\ \neg p(g(z), f(g(z))), \quad \neg r(f(f(z)), z), \quad \neg q(c)\ \}$

c ist eine Konstante, u, v, w, x, y, z sind Variablen.

Notieren Sie Ihren Beweis so, dass bei jeder neu entstehenden Klausel klar erkennbar ist, aus welchen Elternklauseln sie entsteht.

4 Tableaukalkül (9 Punkte)

Vervollständigen Sie das folgende Tableau, bis es geschlossen ist. Notieren Sie dabei:

- bei jeder Erweiterung, durch welche Regelanwendung eine Formel auf dem Tableau entstanden ist,
- bei Abschlüssen die beiden Partner,
- die schließende Substitution.

$$1\,\neg p(a,b) \to \exists x\,(p(b,x) \vee q(a,x))\;{\scriptstyle 1}$$

$$0\,\exists y\,\exists x\,(p(x,y) \vee \exists z\,q(x,z))\;{\scriptstyle 2}$$