Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. B. Beckert
Thorsten Bormer

Formale Systeme, WS 2010/2011

Übungsblatt 12

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 11.02.2011 besprochen.

Aufgabe 1

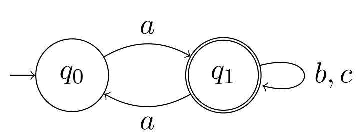
Gegeben sei das endliche Alphabet $V = \{a, b, c\}$. Geben Sie einen Büchi-Automaten an, der ein Wort $w \in V^\omega$ **genau dann** akzeptiert, wenn die folgenden drei Eigenschaften gelten:

- a kommt in w endlich oft vor,
- b kommt in w unendlich oft vor und
- zwischen jedem a und dem nächsten darauffolgenden b liegt genau ein c.

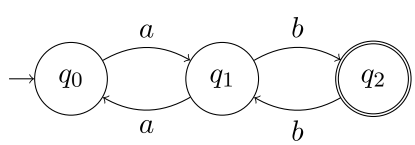
Aufgabe 2

Geben Sie für jeden der folgenden Büchi-Automaten jeweils die ω-Sprache L^ω an, die von ihm akzeptiert wird.

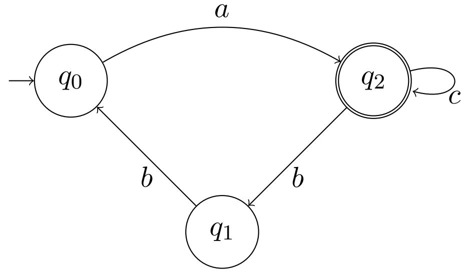
(a)



(b)



(c)



Aufgabe 3

Überprüfen Sie, ob folgende LTL-Formeln in allen ω-Strukturen gelten. Begründen Sie Ihre Antwort für den Fall, dass die LTL-Formel in allen ω-Strukturen gilt bzw. belegen Sie andernfalls durch ein Gegenbeispiel, dass es eine ω-Struktur gibt, in der die LTL-Formel nicht gilt.

(a) $(A \vee B)\,\mathbf{U}\,C \;\leftrightarrow\; (A\,\mathbf{U}\,C) \vee (B\,\mathbf{U}\,C)$

(b) $A\,\mathbf{V}\,(B \wedge C) \;\rightarrow\; (A\,\mathbf{V}\,B) \wedge (A\,\mathbf{V}\,C)$

(c) $(A\,\mathbf{V}\,B) \wedge (A\,\mathbf{V}\,C) \;\rightarrow\; A\,\mathbf{V}\,(B \wedge C)$

Aufgabe 4

Gegeben sei die Signatur $\Sigma = \{p, q\}$. Geben Sie für die folgenden LTL-Formeln φ je einen Büchiautomaten $\mathcal{A}_\varphi$ über dem Alphabet $V = \mathbb{P}(\Sigma)$ an[1], so dass $L^\omega(\mathcal{A}_\varphi) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \varphi\}$ gilt.

(a) $\varphi_a = \Diamond(p\,\mathbf{U}\,q)$

(b) $\varphi_b = \Box(p\,\mathbf{V}\,q)$

(c) $\varphi_c = \Diamond\Box p \rightarrow \Diamond\Box q$

Aufgabe 5

Seien A_1, A_2 endliche (nicht notwendigerweise deterministische) Automaten über dem Alphabet V. Zeigen Sie durch Angabe von Gegenbeispielen, dass folgende Aussagen im Allgemeinen nicht gelten:

(a) $L(A_1) = V^* \setminus L(A_2)$ impliziert $L^\omega(A_1) = V^\omega \setminus L^\omega(A_2)$.

(b) $L^\omega(A_1) = V^\omega \setminus L^\omega(A_2)$ impliziert $L(A_1) = V^* \setminus L(A_2)$.

[1] $\mathbb{P}(S)$ steht hier für die Potenzmenge von S.