

Formale Systeme, WS 2010/2011

Übungsblatt 4

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 26.11.2010 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie oder widerlegen Sie mithilfe des Tableauealküls die Allgemeingültigkeit folgender Formeln. Falls eine der Formeln nicht allgemeingültig ist, geben Sie eine erfüllende Belegung ihres Negats an.

Hinweis: Um die Allgemeingültigkeit zu zeigen, konstruieren Sie ein geschlossenes Tableau für die Negation der Formel. Um zu zeigen, dass eine Formel nicht allgemeingültig ist, konstruieren Sie ein Tableau für das Negat der Formel, das mindestens einen voll expandierten und nicht geschlossenen Ast hat. Aus diesem können Sie dann auch die der Allgemeingültigkeit widersprechende Belegung ablesen.

- (a) $((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C)$
- (b) $(B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C)$

Aufgabe 2

- (a) Geben Sie für den Äquivalenz-Operator \leftrightarrow korrekte und vollständige Regeln für den Tableauealkül an.
- (b) Zeigen Sie die Korrektheit Ihrer Regeln aus Teilaufgabe (a).

Aufgabe 3

Professor Beckert stellt bei der Mensaleitung einen Antrag zur zukünftigen Gestaltung des Mensa-Essens:

- A Zu jeder Mahlzeit muß es Brot geben, wenn kein Dessert gereicht wird.
- B Wird Brot und Dessert serviert, darf es dazu selbstverständlich keine Suppe geben.
- C Wenn aber Suppe gereicht wird, oder kein Dessert gereicht wird, darf es auch kein Brot geben.

Die Kundenfreundlichkeit der Mensaleitung gebietet es ihr, diesen absonderlichen Wünschen nachzukommen. Sie hat jedoch große Schwierigkeiten mit der Logik. Helfen sie ihr weiter, indem sie die Ansprüche des Professors in eine auch für Logik-Laien verständliche Form bringen. D.h.:

- (a) Formalisieren Sie die Anforderungen A, B und C zu aussagenlogischen Formeln. Fassen sie dann diese zu einer Formel für die Gesamtforderung zusammen.
- (b) Überprüfen Sie mit Hilfe des Tableauealküls, ob bzw. wie die Mensaleitung die Wünsche des Professors erfüllen kann.

Hinweis: Benutzen Sie die aussagenlogischen Atome B („es gibt Brot“), S („es gibt Suppe“) und D („es gibt Dessert“).

Aufgabe 4

Gegeben sei die Formel

$$F = ((\neg B \wedge \neg A) \vee C) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C)$$

Zeigen Sie mithilfe des Sequenzenkalküls, dass F allgemeingültig ist.