

Formale Systeme, WS 2010/2011

Übungsblatt 8

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 23.12.2010 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der folgenden Klauselmenge mittels des Resolutionskalküls:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{p(x_1, f(x_1)), \quad \{-p(x_2, x_3), \neg p(x_3, x_4), p(x_2, x_4)\}, \quad \{p(g(d), x_8)\}, \\ \{-p(c, c), \neg p(d, g(x_7))\}, \quad \{p(x_5, x_6), \neg p(x_6, x_5)\} \end{array} \right\}$$

Darin sind p ein zweistelliges Prädikatensymbol, x_1, \dots, x_8 Variablen, f, g einstellige Funktionssymbole und c, d Symbole für konstante Funktionen.

Geben Sie für alle Resolutionsschritte den verwendeten Unifikator an.

Aufgabe 2

Beweisen Sie jeweils mit Hilfe des Resolutionskalküls die Allgemeingültigkeit der folgenden Formeln:

(a) $(\forall x p(x) \vee \forall x q(x)) \rightarrow \forall x (p(x) \vee q(x))$

(b) $(p(a) \wedge \forall x (p(x) \rightarrow p(f(x)))) \rightarrow p(f(f(f(f(a)))))$.

Finden Sie einen Resolutionsbeweis für Aufgabenteil (b), der mit nur vier Resolutionsschritten auskommt.

Aufgabe 3

Zeigen Sie mit Hilfe des prädikatenlogischen Tableauekalküls, dass die Formel

$$\forall y \forall x \forall z ((p(x, z) \rightarrow p(y, z)) \rightarrow q(x, y)) \wedge \neg \exists y \forall x (q(x, x) \vee r(y))$$

unerfüllbar ist.

Aufgabe 4

Das folgende Rätsel stammt aus dem Buch “To Mock a Mockingbird – and Other Logic Puzzles” von Raymond Smullyan.

Der Verein der Barbieri unterliegt folgenden Regeln:

1. Wenn ein Mitglied A ein Mitglied B rasiert – dabei spielt es keine Rolle, ob A ungleich B ist – dann rasieren alle Mitglieder auch A.
2. Vier der Mitglieder sind: Guido, Lorenzo, Petrucio und Cesare.
3. Guido rasiert Cesare.

Zeigen sie, dass aus diesen Regeln folgt:

4. Petrucio rasiert Lorenzo.

(a) Formalisieren Sie 1.–4. in Prädikatenlogik. Die Domäne sei die Menge aller Personen.

Verwenden Sie dazu

- das einstellige Prädikatsymbol $m(\cdot)$ mit der Bedeutung $I(m(X)) = W$ gdw. X Mitglied des Clubs ist.
 - das zweistellige Prädikatsymbol $r(\cdot, \cdot)$ mit der Bedeutung $I(r(X, Y)) = W$ gdw. Person X Person Y rasiert.
 - die Konstanten g, l, p, c für die Bezeichnung der Barbieri Guido, Lorenzo, Petrucio und Cesare.
- (b) Zeigen sie mit Hilfe des Tableauealküls der Prädikatenlogik, dass aus den Formeln zu 1.–3. die Aussage 4. folgt.