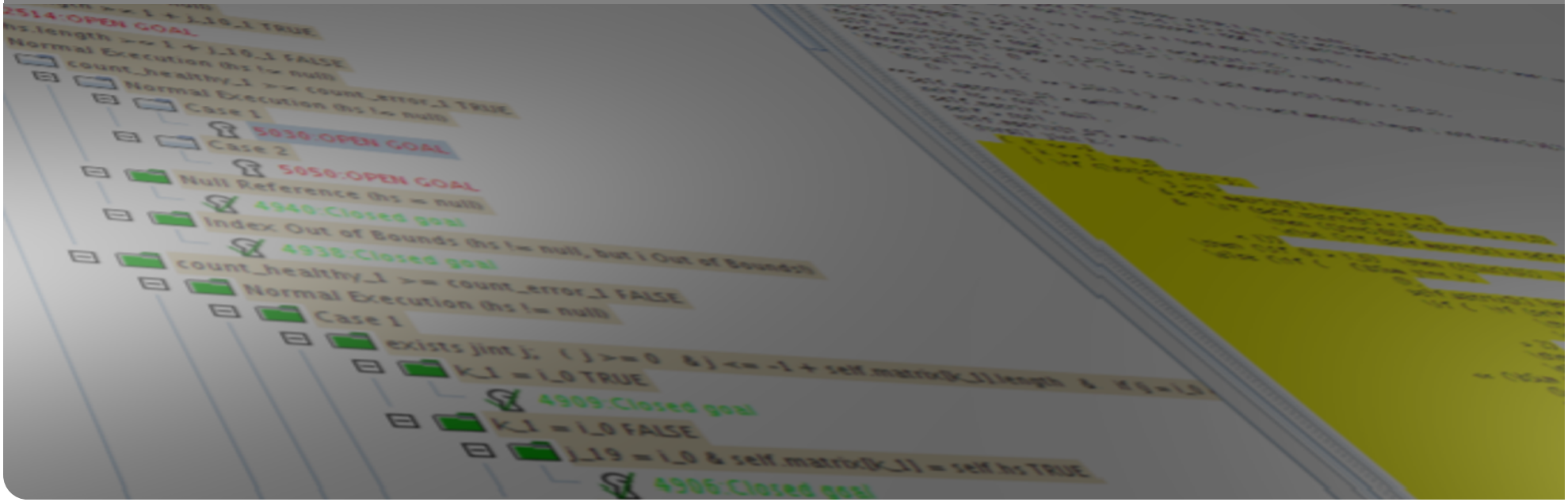
Formale Systeme

Prof. Dr. Bernhard Beckert, WS 2014/2015

Java Modeling Language (JML)

KIT – Institut für Theoretische Informatik



Java Modeling Language

Historie

Java Modeling Language

Historie

- Initiator Gary Leavens

Java Modeling Language

Historie

- Initiator Gary Leavens
- Erste Publikation 1999

Java Modeling Language

Historie

- Initiator Gary Leavens
- Erste Publikation 1999
- Seither kontinuierlicher Aufbau einer weltweiten Community

Java Modeling Language

Historie

- Initiator Gary Leavens
- Erste Publikation 1999
- Seither kontinuierlicher Aufbau einer weltweiten Community

Grundidee

Design by contract

Java Modeling Language

Historie

- Initiator Gary Leavens
- Erste Publikation 1999
- Seither kontinuierlicher Aufbau einer weltweiten Community

Grundidee

Design by contract

Aktuelle Informationen

Webseite `http://www.cs.ucf.edu/~leavens/JML/`

```
public class PostInc{
  public PostInc rec; public int x,y;
  /*@  public invariant x     >= 0 && y     >= 0 &&
    @                 rec.x >= 0 && rec.y >= 0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
    @         rec.y == \old(rec.y) + 1;
    @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

```
public class PostInc{
  public PostInc rec; public int x,y;
  /*@  public invariant x     >= 0 && y     >= 0 &&
    @                 rec.x >= 0 && rec.y >= 0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
    @         rec.y == \old(rec.y) + 1;
    @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

JML-Annotationen sind spezielle Kommentare im Quelltext

```
public class PostInc{
  public PostInc rec; public int x,y;
  /*@  public invariant x     >= 0 && y     >= 0 &&
    @                 rec.x >= 0 && rec.y >= 0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
    @         rec.y == \old(rec.y) + 1;
    @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Vorbedingung

```
public class PostInc{
  public PostInc rec; public int x,y;
  /*@  public invariant x     >= 0 && y     >= 0 &&
    @                 rec.x >= 0 && rec.y >= 0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
    @         rec.y == \old(rec.y) + 1;
    @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Nachbedingung

```
public class PostInc{
  public PostInc rec; public int x,y;
  /*@  public invariant x     >= 0 && y     >= 0 &&
    @                 rec.x >= 0 && rec.y >= 0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
    @         rec.y == \old(rec.y) + 1;
    @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Normale Terminierung: Terminierung und keine Ausnahme wird ausgelöst (*no exception thrown*)

```
public class PostInc{
  public PostInc rec; public int x,y;
  /*@  public invariant x     >= 0 && y     >= 0 &&
    @                 rec.x >= 0 && rec.y >= 0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
    @         rec.y == \old(rec.y) + 1;
    @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Invariante

```
public class PostInc{
  public PostInc rec; public int x,y;
  /*@  public invariant x     >= 0 && y     >= 0 &&
    @                 rec.x >= 0 && rec.y >= 0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
    @         rec.y == \old(rec.y) + 1;
    @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Zugriff im Nachzustand auf den Wert eines JML-Ausdruck im Vorzustand

JML-Ausdrücke

Das syntaktische Material, aus dem JML-Ausdrücke aufgebaut sind, stammt zum größten Teil aus dem umgebenden Java Programm.

```
x >= 0 && y >= 0 && rec.x >= 0 && rec.y >= 0
```

JML-Ausdrücke

Das syntaktische Material, aus dem JML-Ausdrücke aufgebaut sind, stammt zum größten Teil aus dem umgebenden Java Programm.

```
x >= 0 && y >= 0 && rec.x >= 0 && rec.y >= 0
```

In der Klasse `PostInc` deklarierte Felder

JML-Ausdrücke

Das syntaktische Material, aus dem JML-Ausdrücke aufgebaut sind, stammt zum größten Teil aus dem umgebenden Java Programm.

```
x >= 0 && y >= 0 && rec.x >= 0 && rec.y >= 0
```

Operationen und Literal aus den Java Datentypen `int` und `boolean`

JML-Ausdrücke

Das syntaktische Material, aus dem JML-Ausdrücke aufgebaut sind, stammt zum größten Teil aus dem umgebenden Java Programm.

```
x >= 0 && y >= 0 && rec.x >= 0 && rec.y >= 0
```

Anwendungsoperator

JML-Ausdrücke

Das syntaktische Material, aus dem JML-Ausdrücke aufgebaut sind, stammt zum größten Teil aus dem umgebenden Java Programm.

```
x >= 0 && y >= 0 && rec.x >= 0 && rec.y >= 0
```

Wie in Java steht `x >= 0` für `this.x >= 0`

Alternative zum `old` Operator

```
@ requires oldrecy == rec.y;
@ ensures rec.x == oldrecy && rec.y == oldrecy+1;
```

wobei `oldrecy` im nachfolgenden Code nicht auftritt.

Zeiger auf Null (null pointer)

Was passiert, wenn die Methode in einem Zustand aufgerufen wird, in dem `this.rec == null` gilt?

Zeiger auf Null (null pointer)

Was passiert, wenn die Methode in einem Zustand aufgerufen wird, in dem `this.rec == null` gilt?

Es wird eine *NullPointerException* ausgelöst.

Zeiger auf Null (null pointer)

Was passiert, wenn die Methode in einem Zustand aufgerufen wird, in dem `this.rec == null` gilt?

Es wird eine *NullPointerException* ausgelöst.

Somit würde die Methode ihren Vertrag nicht erfüllen, denn es wird normale Terminierung verlangt.

Zeiger auf Null (null pointer)

Was passiert, wenn die Methode in einem Zustand aufgerufen wird, in dem `this.rec == null` gilt?

Es wird eine *NullPointerException* ausgelöst.

Somit würde die Methode ihren Vertrag nicht erfüllen, denn es wird normale Terminierung verlangt.

Kein Problem.
JML nimmt als Voreinstellung, als *default*, an, dass alle vorkommenden Attribute und Parameter mit einem Objekttyp vom Nullobjekt verschieden sind.

Überschreiben der Voreinstellung

```
public class PostInc{
 public  /*@ nullable @*/ PostInc rec;
 public int x,y;
  /*@  public invariant x>=0 && y>=0 &&
    @  (rec != null ==> rec.x>=0 && rec.y>=0);
    @*/
  /*@ public normal_behavior
    @ requires rec != null;
    @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
    @         rec.y == \old(rec.y)+1;
    @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Überschreiben der Voreinstellung

```
public class PostInc{
 public  /*@ nullable @*/ PostInc rec;
 public int x,y;
  /*@  public invariant x>=0 && y>=0 &&
     @  (rec != null ==> rec.x>=0 && rec.y>=0);
     @*/
  /*@ public normal_behavior
     @ requires rec != null;
     @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
     @         rec.y == \old(rec.y)+1;
     @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Syntax zum Überschreiben der Voreinstellung

Überschreiben der Voreinstellung

```
public class PostInc{
 public  /*@ nullable @*/ PostInc rec;
 public int x,y;
  /*@  public invariant x>=0 && y>=0 &&
     @  (rec != null ==> rec.x>=0 && rec.y>=0);
     @*/
  /*@ public normal_behavior
     @ requires rec != null;
     @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
     @         rec.y == \old(rec.y)+1;
     @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Verstärkte Vorbedingung jetzt erforderlich

Überschreiben der Voreinstellung

```
public class PostInc{
 public  /*@ nullable @*/ PostInc rec;
 public int x,y;
  /*@  public invariant x>=0 && y>=0 &&
     @  (rec != null ==> rec.x>=0 && rec.y>=0);
     @*/
  /*@ public normal_behavior
     @ requires rec != null;
     @ ensures rec.x == \old(rec.y) &&
     @         rec.y == \old(rec.y)+1;
     @*/
public void postinc() {rec.x = rec.y++;}}
```

Änderung der Invarianten erforderlich

Übungsaufgabe

Was ist die richtige Nachbedingung?

```
public class PostIncxx{
 public PostInc rec;
 public int x;
  /*@  public invariant x>=0 && rec.x>=0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures ???;
    @*/
 public void postinc() {rec.x = rec.x++;}}
```

Übungsaufgabe

Lösung

```
public class PostIncxx{
 public PostInc rec;
 public int x;
  /*@  public invariant x>=0 && rec.x>=0;
    @*/

  /*@ public normal_behavior
    @ requires true;
    @ ensures  rec.x == \old(rec.x);
    @*/
 public void postinc() {rec.x = rec.x++;}}
```

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @    a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @    a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

Zwei Deklarationen von Nachbedingungen werde wie ihre Konjunktion behandelt.

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @    a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

JML-Schlüsselwort für den Rückgabewert einer Methode, falls vorhanden.

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @    a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

Die Methode `commonEntry` soll einen Index `i` im Intervall `[l,r)` finden, für den die beiden Felder `a1`,`a2` denselben Wert haben oder `i` ist gleich der rechten Suchgrenze.

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @    a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

Außerdem, sollen für alle Indizes kleiner als *i* die Felder `a1,a2` verschiedene Werte haben.

Quantoren in JML

Syntax

```
(\forall C x;B;R)        (\exists C x;B;R)
```

`B` *Bereichseinschränkung*
`R` *Rumpf*

Quantoren in JML

Syntax

```
(\forall C x;B;R)        (\exists C x;B;R)
```

`B` *Bereichseinschränkung*
`R` *Rumpf*

Bedeutung in prädikatenlogischer Notation

$$\forall x^C (B \rightarrow R) \qquad \exists x^C (B \wedge R)$$

Quantoren in JML

Syntax

```
(\forall C x;B;R)        (\exists C x;B;R)
```

`B` *Bereichseinschränkung*
`R` *Rumpf*

Bedeutung in prädikatenlogischer Notation

$$\forall x^C (B \rightarrow R) \qquad \exists x^C (B \wedge R)$$

Beispiel

`(\forall C x; B; R)` und
`(\forall C x; true; (B ==> R))`
sind äquivalent.

Vergleich der Notationen

JML*	Prädikatenlogik
`==`	$\doteq$
`&&`	$\wedge$
`||`	$\vee$
`!`	$\neg$
`==>`	$\rightarrow$
`<==>`	$\leftrightarrow$
`(\forall C x;e1;e2)`	$\forall x((x \neq \mathit{null} \wedge [e1]) \rightarrow [e2])$
`(\exists C x;e1;e2)`	$\exists x(x \neq \mathit{null} \wedge [e1] \wedge [e2])$

Dabei steht $[ei]$ für die prädikatenlogische Notation des JML-Ausdrucks `ei`.

Fortsetzung

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @   a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

Fortsetzung

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @   a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

Vorbedingung: Einschränkungen an die Parameter.

Fortsetzung

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @   a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

Die *assignable* Klausel gibt an, welche Werte die nachfolgende Methode höchstens ändern darf.

Fortsetzung

```
class SITA{ public int[] a1,a2;
 /*@ public normal_behaviour
   @  requires 0 <= l && l < r &&
   @   r <= a1.length && r <= a2.length;
   @  assignable \nothing;
   @  ensures ( l <= \result && \result < r &&
   @  a1[\result] ==  a2[\result])
   @   || \result == r ;
   @  ensures (\forall int j; l <= j && j < \result;
   @   a1[j] !=  a2[j] );
   @*/
public int  commonEntry(int l, int r) {...}}
```

Die Methode `commonEntry` soll nichts ändern.
Sie ist eine *reine Methode* (*pure method*)

Schleifenspezifikationen

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  {int k = l;
/*@ loop_invariant
  @   l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
  @  assignable \nothing;
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++;}
 return k;}
```

Schleifenspezifikationen

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  {int k = l;
/*@ loop_invariant
  @   l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
  @  assignable \nothing;
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++;}
 return k;}
```

Schlüsselwort für Schleifeninvariante (*loop invariant*)

Schleifenspezifikationen

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  {int k = l;
/*@ loop_invariant
  @   l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
  @  assignable \nothing;
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++;}
 return k;}
```

Schleifeninvariante

Schleifenspezifikationen

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  {int k = l;
/*@ loop_invariant
  @   l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
  @  assignable \nothing;
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++;}
 return k;}
```

assignable Klausel auch für Schleifen

Schleifenspezifikationen

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  {int k = l;
/*@ loop_invariant
  @   l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
  @  assignable \nothing;
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++;}
 return k;}
```

Variante, sichert Terminierung

Schleifenspezifikationen

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  {int k = l;
/*@ loop_invariant
  @   l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
  @  assignable \nothing;
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++;}
 return k;}
```

Details folgen jetzt.

Aufgabe von Schleifeninvarianten

Die Angabe einer Schleifeninvarianten *SI* verlangt, dass

1. (Anfangsfall)
   SI vor Eintritt in die Schleife erfüllt ist,

Aufgabe von Schleifeninvarianten

Die Angabe einer Schleifeninvarianten *SI* verlangt, dass

1. (Anfangsfall)
   SI vor Eintritt in die Schleife erfüllt ist,
2. (Iterationsschritt)
   für jeden Programmzustand s_0, in dem *SI* und die Schleifenbedingung gilt, im Zustand s_1, der nach einmaligen Ausführen des Schleifenrumpfes beginnend mit s_0 erreicht wieder, wieder *SI* erfüllt ist.

Aufgabe von Schleifeninvarianten

Die Angabe einer Schleifeninvarianten *SI* verlangt, dass

1. (Anfangsfall)
   SI vor Eintritt in die Schleife erfüllt ist,
2. (Iterationsschritt)
   für jeden Programmzustand s_0, in dem *SI* und die Schleifenbedingung gilt, im Zustand s_1, der nach einmaligen Ausführen des Schleifenrumpfes beginnend mit s_0 erreicht wieder, wieder *SI* erfüllt ist.
3. (Anwendungsfall)
   nach Beendigung der Schleife reicht die Schleifeninvarianten *SI* zusammen mit den Bedingungen für die Schleifenterminierung aus für die Verifikation der Nachbedingung.

Aufgabe von Schleifeninvarianten

Die Angabe einer Schleifeninvarianten *SI* verlangt, dass

1. (Anfangsfall)
   SI vor Eintritt in die Schleife erfüllt ist,
2. (Iterationsschritt)
   für jeden Programmzustand s_0, in dem *SI* und die Schleifenbedingung gilt, im Zustand s_1, der nach einmaligen Ausführen des Schleifenrumpfes beginnend mit s_0 erreicht wieder, wieder *SI* erfüllt ist.
3. (Anwendungsfall)
   nach Beendigung der Schleife reicht die Schleifeninvarianten *SI* zusammen mit den Bedingungen für die Schleifenterminierung aus für die Verifikation der Nachbedingung.

Aufgabe von Schleifeninvarianten

Die Angabe einer Schleifeninvarianten *SI* verlangt, dass

1. (Anfangsfall)
   SI vor Eintritt in die Schleife erfüllt ist,
2. (Iterationsschritt)
   für jeden Programmzustand s_0, in dem *SI* und die Schleifenbedingung gilt, im Zustand s_1, der nach einmaligen Ausführen des Schleifenrumpfes beginnend mit s_0 erreicht wieder, wieder *SI* erfüllt ist.
3. (Anwendungsfall)
   nach Beendigung der Schleife reicht die Schleifeninvarianten *SI* zusammen mit den Bedingungen für die Schleifenterminierung aus für die Verifikation der Nachbedingung.

Sind diese drei Forderungen in unserem Beispiel erfüllt?

Nachprüfung: Anfangsfall

```
  int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
```

Nachprüfung: Anfangsfall

```
  int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
```

Die Schleifeninvariante wird zu

```
 l <= l && l <= r &&
(\forall int i; l<=i && i<l; a1[i] != a2[i]);
```

Nachprüfung: Anfangsfall

```
  int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
```

Die Schleifeninvariante wird zu

```
 l <= l && l <= r &&
(\forall int i; l<=i && i<l; a1[i] != a2[i]);
```

Triviale Identität

Nachprüfung: Anfangsfall

```
  int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
```

Die Schleifeninvariante wird zu

```
 l <= l && l <= r &&
(\forall int i; l<=i && i<l; a1[i] != a2[i]);
```

Folgt aus der Vorbedingung

Nachprüfung: Anfangsfall

```
  int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
```

Die Schleifeninvariante wird zu

```
 l <= l && l <= r &&
(\forall int i; l<=i && i<l; a1[i] != a2[i]);
```

Leerer Bereich des Quantors

Nachprüfung: Iterationsschritt

```
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
```

Nachprüfung: Iterationsschritt

```
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
```

Vor dem Schleifendurchlauf

```
l<=k && k<=r &&(\forall int i;l<=i && i<k;a1[i] !=a2[i])
&&  k < r
```

Nachprüfung: Iterationsschritt

```
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
```

Vor dem Schleifendurchlauf

```
l<=k && k<=r &&(\forall int i;l<=i && i<k;a1[i] !=a2[i])
&&  k < r
```

Nach dem Schleifendurchlauf, $k \rightsquigarrow k + 1$

```
l<=k+1 && k+1<=r &&
(\forall int i;l<=i && i<k+1;a1[i] !=a2[i])
```

Nachprüfung: Anwendungsfall

```
 int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
 @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
 return k;
```

Nachprüfung: Anwendungsfall

```
  int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
 return k;
```

Fallunterscheidung

Nachprüfung: Anwendungsfall

```
 int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
 return k;
```

Fallunterscheidung

1. Die Schleife terminiert weil `k=r` erreicht wurde

Nachprüfung: Anwendungsfall

```
 int k = l;
/*@ loop_invariant  l <= k && k <= r &&
  @   (\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
 while(k<r) {if(a1[k] == a2[k]){break;} k++;}
 return k;
```

Fallunterscheidung

1. Die Schleife terminiert weil `k=r` erreicht wurde
2. Es gilt `k<r` und die Schleife terminiert weil `a1[k] == a2[k]` gilt.

Nachprüfung: Anwendungsfall

Fall `k=r`

Schleifeninvariante

```
l <= k && k <= r && k = r &&
\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
```

Nachbedingung

```
((l<=\result && \result<r && a1[\result]==a2[\result])
     || \result == r)
 &&
(\forall int j; l<=j && j<\result;a1[j] != a2[j])
```

Nachprüfung: Anwendungsfall

Fall `k=r`

Schleifeninvariante

```
l <= k && k <= r && k = r &&
\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
```

Nachbedingung

```
((l<=\result && \result<r && a1[\result]==a2[\result])
     || \result == r)
 &&
(\forall int j; l<=j && j<\result;a1[j] != a2[j])
```

Nach Beendigung der Schleife vor Ende der Methode wird noch die Anweisung `return k` ausgeführt

Nachprüfung: Anwendungsfall

Fall `k<r` und `a1[k] == a2[k]`

Schleifeninvariante

```
l <= k && k <= r && k < r && a1[k] == a2[k] &&
\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
```

Nachbedingung

```
((l<=\result && \result<r && a1[\result]==a2[\result])
     || \result == r)
 &&
(\forall int j; l<=j && j<\result;a1[j] != a2[j])
```

Nachprüfung: Anwendungsfall

Fall `k<r` und `a1[k] == a2[k]`

Schleifeninvariante

```
l <= k && k <= r && k < r && a1[k] == a2[k] &&
\forall int i; l<=i && i<k; a1[i] != a2[i]);
```

Nachbedingung

```
((l<=\result && \result<r && a1[\result]==a2[\result])
     || \result == r)
 &&
(\forall int j; l<=j && j<\result;a1[j] != a2[j])
```

Nach Beendigung der Schleife vor Ende der Methode wird noch die Anweisung `return k` ausgeführt

Terminierung

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  int k = l;
/*@
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++}
```

Terminierung

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  int k = l;
/*@
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++}
```

Der Ausdruck nach dem `decreases` Schlüsselwort heißt die *Variante* der Schleife.

Terminierung

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  int k = l;
/*@
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++}
```

Die Variante ist stets ≥ 0

Terminierung

```
public int  commonEntry(int l, int r)
  int k = l;
/*@
  @  decreases a1.length - k;
  @*/
 while(k < r) {
   if(a1[k] == a2[k]){break;}
     k++}
```

Die Variante wird in jedem Schleifendurchlauf echt kleiner.

Verallgemeinerte Quantoren in JML

Generalized Quantifiers

```
(\sum       T x; R ; t)
(\product   T x; R ; t)
(\max       T x; R ; t)
(\min       T x; R ; t)
```

Verallgemeinerte Quantoren in JML

Generalized Quantifiers

```
(\sum       T x; R ; t)
(\product   T x; R ; t)
(\max       T x; R ; t)
(\min       T x; R ; t)
```

Beispiele

```
(\sum     int i; 0<=i && i<5; i)   == 0+1+2+3+4
(\product int i; 0< i && i<5;i)    == 1*2*3*4
(\max     int i; 0<=i && i<5;i)    == 4
(\min     int i; 0<=i && i<5;i-1)  == -1
```

Methodenvertrag: Weiteres Beispiel

```
class SumAndMax {
  int sum; int max;
/*@ public normal_behaviour
  @  requires (\forall int i;0<=i && i<a.length;0<=a[i]);
  @  assignable sum, max;
  @  ensures (\forall int i;0<=i && i<a.length;a[i]<=max);
  @  ensures (a.length > 0
  @    ==> (\exists int i;0<=i && i<a.length;max == a[i]));
  @  ensures sum == (\sum int i;0<=i && i <a.length; a[i]);
  @  ensures sum <= a.length * max;
  @*/
 void sumAndMax(int[] a) { ....}}
```