

Formale Systeme, WS 2014/2015

Übungsblatt 14

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 13.02.2015 besprochen.

Im Folgenden wird der Operator \mathbf{V} verwendet, wie er in der Vorlesung definiert wurde. Dieser Operator wird bisweilen auch **Release-Operator** genannt, weil die Semantik von $A \mathbf{V} B$ gerade ist, dass B gelten muss, bis A gilt, also A löst B (“ A releases B ”).

Aufgabe 1

Überprüfen Sie, ob folgende LTL-Formeln in allen ω -Strukturen gelten. Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) $(A \vee B) \mathbf{U} C \leftrightarrow (A \mathbf{U} C) \vee (B \mathbf{U} C)$
- (b) $A \mathbf{V} (B \wedge C) \rightarrow (A \mathbf{V} B) \wedge (A \mathbf{V} C)$
- (c) $(A \mathbf{V} B) \wedge (A \mathbf{V} C) \rightarrow A \mathbf{V} (B \wedge C)$

Aufgabe 2

Gegeben sei die Signatur $\Sigma = \{p, q\}$. Geben Sie für die folgenden LTL-Formeln φ je einen Büchi-Automaten \mathcal{A}_φ über dem Alphabet $V = \mathbb{P}(\Sigma)$ an¹, so dass $L^\omega(\mathcal{A}_\varphi) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \varphi\}$ gilt. Sie können die Mengenschreibweise aus Abb. 1 verwenden.

- (a) $\varphi_a = \diamond(p \mathbf{U} q)$
- (b) $\varphi_b = \square(p \mathbf{V} q)$
- (c) $\varphi_c = \diamond \square p \rightarrow \diamond \square q$

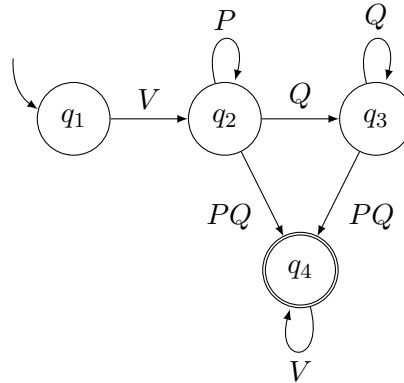
$$\begin{aligned}
 V &= \{\emptyset, \{p\}, \{q\}, \{p, q\}\} \\
 P &= \{\{p\}, \{p, q\}\} \\
 \bar{P} &= \{\emptyset, \{q\}\} \\
 Q &= \{\{q\}, \{p, q\}\} \\
 \bar{Q} &= \{\emptyset, \{p\}\} \\
 PQ &= \{\{p, q\}\}
 \end{aligned}$$

Abbildung 1: Mengenschreibweise

¹ $\mathbb{P}(S)$ steht hier für die Potenzmenge von S .

Aufgabe 3

Seien Σ und V wie in Aufgabe 2 und der folgende Automat \mathcal{B} gegeben. Die Mengenschreibweise ist in Abb. 1 definiert. Geben Sie eine LTL-Formel ψ an, so dass $L^\omega(\mathcal{B}) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \psi\}$ gilt.



Aufgabe 4

Seien Σ und V wie in Aufgabe 2, und die Mengenschreibweise wie in Abb. 1.

Eine omega-Struktur heißt **schwach fair**, falls gilt: Wenn von einem Zeitpunkt an p immer gilt, dann wird q unendlich oft wahr.

- (a) Geben Sie eine LTL-Formel χ_1 an, so dass χ_1 in einer omega-Struktur $K = (\mathbb{N}, <, \xi)$ genau dann wahr ist, wenn K schwach fair ist.
- (b) Geben Sie einen Büchiauxtomaten \mathcal{A}_{χ_1} über V an, so dass $L^\omega(\mathcal{A}_{\chi_1}) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \chi_1\}$ gilt.

Eine omega-Struktur heißt **(stark) fair**, falls gilt: Wenn von einem Zeitpunkt an p unendlich oft gilt, dann wird q unendlich oft wahr.

- (c) Geben Sie eine LTL-Formel χ_2 an, so dass χ_2 in einer omega-Struktur $K = (\mathbb{N}, <, \xi)$ genau dann wahr ist, wenn K fair ist.
- (d) Geben Sie einen Büchiauxtomaten \mathcal{A}_{χ_2} über V an, so dass $L^\omega(\mathcal{A}_{\chi_2}) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \chi_2\}$ gilt.