

Formale Systeme, WS 2014/2015

Übungsblatt 6

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 12.12.2014 besprochen.

Aufgabe 1

Zu einer prädikatenlogischen Formel G in Pränexnormalform bezeichne G_{sko} die durch Skolemisierung (genauer: durch wiederholte Anwendung von Lemma 4.61 im Skriptum) aus G konstruierte Formel in Skolem-Normalform.

- (a) Geben Sie (ohne Beweis) jeweils eine prädikatenlogische Formel G in Pränexnormalform an, so dass Folgendes gilt:
- (i) $\neg G_{\text{sko}} \wedge G$ ist erfüllbar,
 - (ii) $\neg G_{\text{sko}} \wedge G$ ist unerfüllbar,
 - (iii) $G \rightarrow G_{\text{sko}}$ ist nicht allgemeingültig.
- (b) Zeigen Sie, dass $G_{\text{sko}} \rightarrow G$ für alle prädikatenlogischen Formeln G in Pränexnormalform allgemeingültig ist.

Aufgabe 2

Berechnen Sie für die prädikatenlogischen Formeln (a) und (b) zunächst die Pränex-Normalform und dann die Skolem-Normalform.

- (a) $(\forall x p(x) \rightarrow \forall x q(x)) \rightarrow \forall x(p(x) \rightarrow q(x))$
- (b) $\exists x(\forall y p(x, y) \vee \exists z(p(x, z) \wedge \forall x p(z, x)))$
- (c) Geben Sie eine Skolem-Normalform für (a) an, die sich von Ihrer Lösung zu (a) nicht nur durch Umbenennung und Äquivalenzumformung unterscheidet.

Aufgabe 3

Transformieren Sie die folgende Formel schrittweise in Skolemnormalform.

$$\forall v \exists x \left(((\forall z r(z, v)) \rightarrow (\forall x p(x, z))) \rightarrow q(x) \vee r(v, x) \right)$$

Bei welchem Schritt geht die die Äquivalenz zur ursprünglichen Formel verloren?

Aufgabe 4

Für eine Formel in Skolemnormalform muss die Matrix in konjunktiver Normalform sein. Wie kann man das in der Vorlesung vorgestellte Prinzip der erfüllbarkeitsäquivalenten kurzen KNF für die Aussagenlogik auf die Prädikatenlogik übertragen?