

Formale Systeme, WS 2014/2015

Übungsblatt 7

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 12.12.2014 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie mit Hilfe des Hilbertkalküls aus der Vorlesung die Aussage

$$\models \neg A \rightarrow (A \rightarrow B) .$$

Verwenden Sie dabei das in der Vorlesung vorgestellte Deduktionstheorem.

Aufgabe 2

Zeigen Sie mithilfe des Resolutionskalküls

(a) die Unerfüllbarkeit der Klauselmenge

$$\{\{A, \neg B\}, \{\neg A, \neg B, \neg C\}, \{\neg A, C\}, \{A, B, C\}, \{B, \neg C\}\} ,$$

(b) die Allgemeingültigkeit der Formel

$$\neg A \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg D) \vee (D \wedge B) \vee (\neg B \wedge C) ,$$

(c) die Allgemeingültigkeit der Formel

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) .$$

Aufgabe 3

Bei der Wahl eines guten Passworts sei folgendes zu beachten:

(1) Das Passwort muss sicher sein, und man muss es sich merken können. (2) Passwörter beinhalten Zahlen oder Sonderzeichen oder beides. (3) Ist das Passwort kurz und enthält keine Sonderzeichen, dann ist es nicht sicher. (4) Ein Passwort mit Sonderzeichen kann man sich nicht merken. (5) Ein Passwort mit Zahlen muss kurz sein, damit man es sich merken kann.

- (a) Formalisieren Sie die Anforderungen an ein Passwort in Aussagenlogik. Verwenden Sie dazu die folgenden aussagenlogischen Variablen mit der angegebenen Bedeutung.

Das Passwort...

S ist sicher

M kann man sich merken

Z enthält Zahlen

So enthält Sonderzeichen

K ist kurz

- (b) Zeigen Sie mit Hilfe des Resolutionskalküls, dass ein solches Passwort nicht existieren kann.

Aufgabe 4

Man könnte versucht sein, zur Verkürzung von Beweisen im Resolutionskalkül zwei Resolutionsanwendungen in einer neuen Regel zusammenzufassen:

$$\frac{C_1 \cup \{P, Q\}, \quad C_2 \cup \{\neg P, \neg Q\}}{C_1 \cup C_2}$$

Zeigen Sie, dass diese Regel nicht korrekt ist.

Aufgabe 5 (Zusatzaufgabe für Knobelbegeisterte)

Widerlegen Sie die Vollständigkeit einer Variante des Resolutionskalküls, bei der jede Klausel nur einmal zur Resolution verwendet werden darf.

Hinweis: Suchen Sie ein Gegenbeispiel (nicht ganz einfach!).