

Formale Systeme, WS 2014/2015

Übungsblatt 8

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 19.12.2014 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der folgenden Klauselmenge mittels des Resolutionskalküls:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{p(x_1, f(x_1)), \quad \{\neg p(x_2, x_3), \neg p(x_3, x_4), p(x_2, x_4)\}, \quad \{p(g(d), x_8)\}, \\ \{\neg p(c, c), \neg p(d, g(x_7))\}, \quad \{p(x_5, x_6), \neg p(x_6, x_5)\} \end{array} \right\}$$

Darin sind p ein zweistelliges Prädikatensymbol, x_1, \dots, x_8 Variablen, f, g einstellige Funktionssymbole und c, d Symbole für konstante Funktionen.

Geben Sie für alle Resolutionsschritte den verwendeten Unifikator an.

Aufgabe 2

Es sei eine prädikatenlogische Signatur gegeben, die die einstelligen Prädikatensymbole p, q und r enthält und das einstellige Funktionssymbol f . Zeigen Sie mit Hilfe des prädikatenlogischen Resolutionskalküls, dass die Formel

$$((\forall x p(x)) \rightarrow (\forall x q(x))) \wedge (\forall x (q(x) \rightarrow r(x))) \rightarrow (\exists x (p(x) \rightarrow r(f(x))))$$

allgemeingültig ist.

Aufgabe 3

Betrachten wir – nur für diese Übungsaufgabe – die folgende geänderte Version der Definition von $Res(M)$ aus Definition 5.17 im Skript:

$$Res'(M) = \{B \mid \text{es gibt Klauseln } C_1, C_2 \text{ aus } M, \text{ so dass } B \text{ eine Resolvente von } C_1, C_2 \text{ ist.}\}$$

Gegenüber der offiziellen Definition ist die Variantenbildung, d.h. die Umbenennung der Variablen in C_1, C_2 , weggefallen. Wie wird dadurch Korrektheit und Vollständigkeit des Kalküls beeinflusst? Geben Sie ein Beispiel an, das dies belegt.

Aufgabe 4

Zeigen Sie oder widerlegen Sie mithilfe des Tableauekalküls für die Aussagenlogik die Allgemeingültigkeit folgender Formeln. Falls eine der Formeln nicht allgemeingültig ist, geben Sie eine erfüllende Belegung ihres Negats als Gegenbeispiel an.

(a) $((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C)$

(b) $(B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C)$