Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Bernhard Beckert
Thorsten Bormer, Dr. Vladimir Klebanov, Dr. Mattias Ulbrich

Formale Systeme, WS 2014/2015

Übungsblatt 9

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 9.1.2015 besprochen.

Aufgabe 1

In der Vorlesung ist folgender Satz als Beispiel für ein Ableitbarkeitsproblem vorgestellt worden und mithilfe des Resolutionskalküls bewiesen worden:

Jede transitive (1), symmetrische (2) und endlose (3) binäre Relation ist reflexiv (4).

Formalisiert als Folgerung in Prädikatenlogik lautet die Aussage folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \{ \quad & \forall x \forall y \forall z \big(r(x,y) \land r(y,z) \to r(x,z) \big) \ , & (1) \\ & \forall x \forall y \big(r(x,y) \to r(y,x) \big) \ , & (2) \\ & \forall x \exists y \big(r(x,y) \big) \ \} & (3) \\ \models \quad & \forall x \big(r(x,x) \big) & (4) \end{aligned}$$

Zeigen Sie mit Hilfe des prädikatenlogischen Tableaukalküls, dass die oben stehende Aussage gilt.

Aufgabe 2

Zeigen Sie mit Hilfe des prädikatenlogischen Tableaukalküls, dass die Formel

$$\forall y \forall x \forall z \big((p(x,z) \to p(y,z)) \to q(x,y) \big) \land \neg \exists y \forall x (q(x,x) \lor r(y))$$

unerfüllbar ist.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Formel

$$F \quad = \quad ((\neg B \land \neg A) \lor C) \to ((\neg A \to B) \to C)$$

Zeigen Sie mithilfe des Sequenzenkalküls, dass F allgemeingültig ist.