

Formale Systeme, WS 2015/2016

Übungsblatt 12

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 5.2.2016 besprochen.

Aufgabe 1

Gegeben sei die Relation $\succ = \{(a, b), (b, d), (c, b), (d, a), (d, e)\}$.

- (a) Bestimmen Sie
- (i) \rightarrow (die reflexive, transitive Hülle von \succ),
 - (ii) $\overset{+}{\rightarrow}$ (die transitive Hülle von \succ) und
 - (iii) \leftrightarrow (die reflexive, transitive, symmetrische Hülle von \succ).
- (b) Zeigen Sie, dass \succ lokal konfluent sowie konfluent ist.
- (c) Erweitern Sie die Relation \succ um ein Tupel, so dass sie zwar lokal konfluent bleibt, aber nicht mehr konfluent ist.

Aufgabe 2

Seien $N := \mathbb{N} \setminus \{1, 0\}$ und $N' := \mathbb{N} \setminus \{0\}$ Teilmengen der natürlichen Zahlen. Die Relation $\succ \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ist definiert als

$$a \succ b \quad :\iff \quad b \text{ teilt } a \text{ und } a \neq b \quad (a, b \in \mathbb{N}).$$

Betrachten Sie nun die Reduktionssysteme (N, \succ) und (N', \succ) :

- | | |
|--|---|
| (a) Ist (N, \succ) lokal konfluent? | Ist (N', \succ) lokal konfluent? |
| (b) Ist (N, \succ) konfluent? | Ist (N', \succ) konfluent? |
| (c) Ist (N, \succ) noethersch? | Ist (N', \succ) noethersch? |
| (d) Besitzt (N, \succ) irreduzible Elemente?
Wenn ja, welche? | Besitzt (N', \succ) irreduzible Elemente?
Wenn ja, welche? |

Begründen Sie Ihre Antworten kurz.

Bemerkung: Mit \succ ist jeweils die Einschränkung auf $N \times N$ bzw. $N' \times N'$ gemeint.