

Formale Systeme, WS 2015/2016

Übungsblatt 8

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 18.12.2015 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der folgenden Klauselmenge mittels des Resolutionskalküls:

$$\{ \{p(x_1, f(x_1)), \quad \{\neg p(x_2, x_3), \neg p(x_3, x_4), p(x_2, x_4)\}, \quad \{p(g(d), x_8)\}, \\ \{\neg p(c, c), \neg p(d, g(x_7))\}, \{p(x_5, x_6), \neg p(x_6, x_5)\} \}$$

Darin sind p ein zweistelliges Prädikatensymbol, x_1, \dots, x_8 Variablen, f, g einstellige Funktionssymbole und c, d Symbole für konstante Funktionen.

Geben Sie für alle Resolutionsschritte den verwendeten Unifikator an.

Aufgabe 2

Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der folgenden Klauselmenge mittels des Resolutionskalküls *in vier Resolutionsschritten*:

$$\{\{p(a)\}, \quad \{\neg p(x), p(f(x))\}, \quad \{\neg p(f(f(f(f(a)))))\}\}$$

Geben Sie für alle Resolutionsschritte den verwendeten Unifikator an.

Aufgabe 3

Es sei eine prädikatenlogische Signatur gegeben, die die einstelligen Prädikatensymbole p, q und r enthält und das einstellige Funktionssymbol f . Zeigen Sie mit Hilfe des prädikatenlogischen Resolutionskalküls, dass die Formel

$$((\forall x p(x)) \rightarrow (\forall x q(x))) \wedge (\forall x (q(x) \rightarrow r(x))) \rightarrow (\exists x (p(x) \rightarrow r(f(x))))$$

allgemeingültig ist.

Aufgabe 4

Betrachten wir – nur für diese Übungsaufgabe – die folgende geänderte Version der Definition von $Res(M)$ aus Definition 5.17 im Skript:

$$Res'(M) = \{B \mid \text{es gibt Klauseln } C_1, C_2 \text{ aus } M, \text{ so dass } B \text{ eine Resolvente von } C_1, C_2 \text{ ist.}\}$$

Gegenüber der offiziellen Definition ist die Variantenbildung, d.h. die Umbenennung der Variablen in C_1, C_2 , weggefallen. Wie wird dadurch Korrektheit und Vollständigkeit des Kalküls beeinflusst? Geben Sie ein Beispiel an, das dies belegt.