

Formale Systeme, WS 2015/2016

Übungsblatt 9

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 08.01.2016 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie oder widerlegen Sie mithilfe des Tableaunkalküls für die Aussagenlogik die Allgemeingültigkeit folgender Formeln. Falls eine der Formeln nicht allgemeingültig ist, geben Sie eine erfüllende Belegung ihres Negats als Gegenbeispiel an.

- (a) $((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C)$
- (b) $(B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C)$

Aufgabe 2

Das folgende Rätsel stammt aus dem Buch “To Mock a Mockingbird – and Other Logic Puzzles” von Raymond Smullyan.

Der Verein der Barbieri unterliegt folgenden Regeln:

1. Wenn ein Mitglied A ein Mitglied B rasiert – dabei spielt es keine Rolle, ob A ungleich B ist – dann rasieren alle Mitglieder auch A.
2. Vier der Mitglieder sind: Guido, Lorenzo, Petrucio und Cesare.
3. Guido rasiert Cesare.

Zeigen sie, dass aus diesen Regeln folgt:

4. Petrucio rasiert Lorenzo.

- (a) Formalisieren Sie 1.–4. in Prädikatenlogik. Die Domäne sei die Menge aller Personen.

Verwenden Sie dazu

- das einstellige Prädikatsymbol $m(\cdot)$ mit der Bedeutung $I(m(X)) = W$ gdw. X Mitglied des Clubs ist.
 - das zweistellige Prädikatsymbol $r(\cdot, \cdot)$ mit der Bedeutung $I(r(X, Y)) = W$ gdw. Person X Person Y rasiert.
 - die Konstanten g, l, p, c für die Bezeichnung der Barbieri Guido, Lorenzo, Petrucio und Cesare.
- (b) Zeigen sie mit Hilfe des Tableaunkalküls der Prädikatenlogik, dass aus den Formeln zu 1.–3. die Aussage 4. folgt.

Aufgabe 3

Zeigen Sie mit Hilfe des prädikatenlogischen Tableaunkalküls, dass die Formel

$$\forall y \forall x \forall z ((p(x, z) \rightarrow p(y, z)) \rightarrow q(x, y)) \wedge \neg \exists y \forall x (q(x, x) \vee r(y))$$

unerfüllbar ist.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Formel

$$F = ((\neg B \wedge \neg A) \vee C) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C)$$

Zeigen Sie mithilfe des Sequenzenkalküls, dass F allgemeingültig ist.