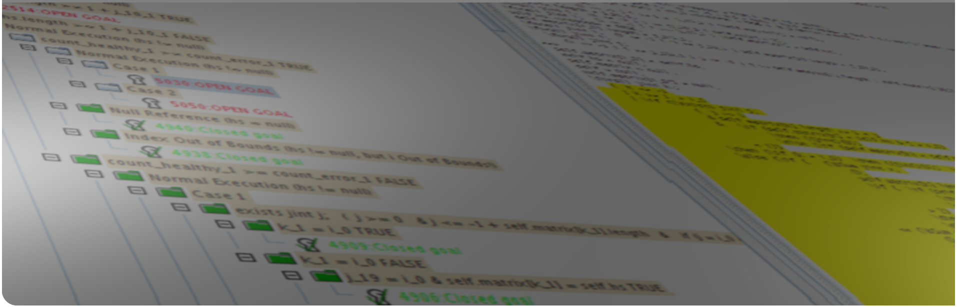
Formale Systeme

Prof. Dr. Bernhard Beckert, WS 2018/2019

Wiederholung

KIT – Institut für Theoretische Informatik



Themen

- Aussagenlogik

Themen

- Aussagenlogik
- Prädikatenlogik

Themen

- Aussagenlogik
- Prädikatenlogik
- Reduktionssysteme

Themen

- Aussagenlogik
- Prädikatenlogik
- Reduktionssysteme
- Modale Logik

Themen

- Aussagenlogik
- Prädikatenlogik
- Reduktionssysteme
- Modale Logik
- LTL, Büchi Automaten, Modellprüfung (model checking)

Aussagenlogik

Was Sie wissen sollten

Aussagenlogik, Syntax und Semantik

- Definitionen der logischen Grundbegriffe beherrschen
  Erfüllbarkeit, Allgemeingültigkeit, $M \models A$,
  Boolesche Funktion f_A einer Formel A, etc

Was Sie wissen sollten

Aussagenlogik, Syntax und Semantik

- Definitionen der logischen Grundbegriffe beherrschen
  Erfüllbarkeit, Allgemeingültigkeit, $M \models A$,
  Boolesche Funktion f_A einer Formel A, etc
- Definition der verschiedenen Normalformen
  disjunktive, konjunktive Normalform, Negationsnormalform,
  kurze konjunktive Normalform, Shannon Normalform,
  (reduzierte) Shannongraphen.

Was Sie wissen sollten

Aussagenlogik, Syntax und Semantik

- Definitionen der logischen Grundbegriffe beherrschen
  Erfüllbarkeit, Allgemeingültigkeit, $M \models A$,
  Boolesche Funktion f_A einer Formel A, etc
- Definition der verschiedenen Normalformen
  disjunktive, konjunktive Normalform, Negationsnormalform,
  kurze konjunktive Normalform, Shannon Normalform,
  (reduzierte) Shannongraphen.
- Craigscher Interpolationssatz

Was Sie wissen sollten

Aussagenlogik, Syntax und Semantik

- Definitionen der logischen Grundbegriffe beherrschen
  Erfüllbarkeit, Allgemeingültigkeit, $M \models A$,
  Boolesche Funktion f_A einer Formel A, etc
- Definition der verschiedenen Normalformen
  disjunktive, konjunktive Normalform, Negationsnormalform,
  kurze konjunktive Normalform, Shannon Normalform,
  (reduzierte) Shannongraphen.
- Craigscher Interpolationssatz
- Einfache aussagenlogische Tautologien erkennen.

Was Sie wissen sollten

Aussagenlogik, Syntax und Semantik

- Definitionen der logischen Grundbegriffe beherrschen
  Erfüllbarkeit, Allgemeingültigkeit, $M \models A$,
  Boolesche Funktion f_A einer Formel A, etc
- Definition der verschiedenen Normalformen
  disjunktive, konjunktive Normalform, Negationsnormalform,
  kurze konjunktive Normalform, Shannon Normalform,
  (reduzierte) Shannongraphen.
- Craigscher Interpolationssatz
- Einfache aussagenlogische Tautologien erkennen.
- Gegebene Formeln in Normalformen transformieren.

Was Sie wissen sollten

Aussagenlogik, Syntax und Semantik

- Definitionen der logischen Grundbegriffe beherrschen
  Erfüllbarkeit, Allgemeingültigkeit, $M \models A$,
  Boolesche Funktion f_A einer Formel A, etc
- Definition der verschiedenen Normalformen
  disjunktive, konjunktive Normalform, Negationsnormalform,
  kurze konjunktive Normalform, Shannon Normalform,
  (reduzierte) Shannongraphen.
- Craigscher Interpolationssatz
- Einfache aussagenlogische Tautologien erkennen.
- Gegebene Formeln in Normalformen transformieren.
- Shannongraphen zu Boolesche Funktionen konstruieren
  und umgekehrt.

Was Sie wissen sollten

SAT solver

- Davis-Putnam-Logemann-Loveland Verfahren (DPLL)

Was Sie wissen sollten

SAT solver

- Davis-Putnam-Logemann-Loveland Verfahren (DPLL)
- Für einfache Formeln mit Hilfe des DPLL Erfüllbarkeit bzw. Unerfüllbarkeit feststellen.

Was Sie wissen sollten

SAT solver

- Davis-Putnam-Logemann-Loveland Verfahren (DPLL)
- Für einfache Formeln mit Hilfe des DPLL Erfüllbarkeit bzw. Unerfüllbarkeit feststellen.
- Einfache Anwendungen durch aussagenlogische Formeln formalisieren können.

Prädikatenlogik

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.
- Den Begriff *Unifikation* kennen und den allgemeinsten Unifikator einfacher Terme berechnen können.

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.
- Den Begriff *Unifikation* kennen und den allgemeinsten Unifikator einfacher Terme berechnen können.
- Die logischen Grundbegriffe beherrschen

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.
- Den Begriff *Unifikation* kennen und den allgemeinsten Unifikator einfacher Terme berechnen können.
- Die logischen Grundbegriffe beherrschen
- Einfache semantische Tautologien erkennen können

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.
- Den Begriff *Unifikation* kennen und den allgemeinsten Unifikator einfacher Terme berechnen können.
- Die logischen Grundbegriffe beherrschen
- Einfache semantische Tautologien erkennen können
- Einfache Sachverhalte in PL1 formalisieren können

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.
- Den Begriff *Unifikation* kennen und den allgemeinsten Unifikator einfacher Terme berechnen können.
- Die logischen Grundbegriffe beherrschen
- Einfache semantische Tautologien erkennen können
- Einfache Sachverhalte in PL1 formalisieren können
- Definition der verschiedenen Normalformen

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.
- Den Begriff *Unifikation* kennen und den allgemeinsten Unifikator einfacher Terme berechnen können.
- Die logischen Grundbegriffe beherrschen
- Einfache semantische Tautologien erkennen können
- Einfache Sachverhalte in PL1 formalisieren können
- Definition der verschiedenen Normalformen
- Gegebene Formeln in Normalformen transformieren

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.
- Den Begriff *Unifikation* kennen und den allgemeinsten Unifikator einfacher Terme berechnen können.
- Die logischen Grundbegriffe beherrschen
- Einfache semantische Tautologien erkennen können
- Einfache Sachverhalte in PL1 formalisieren können
- Definition der verschiedenen Normalformen
- Gegebene Formeln in Normalformen transformieren
- Die Aussage des Substitutionslemmas kennen

Was Sie wissen sollten

Prädikatenlogik, Syntax und Semantik

- Definition der Formeln und der Strukturen für PK1
- Begriff der Substitution kennen und anwenden können.
- Den Begriff *Unifikation* kennen und den allgemeinsten Unifikator einfacher Terme berechnen können.
- Die logischen Grundbegriffe beherrschen
- Einfache semantische Tautologien erkennen können
- Einfache Sachverhalte in PL1 formalisieren können
- Definition der verschiedenen Normalformen
- Gegebene Formeln in Normalformen transformieren
- Die Aussage des Substitutionslemmas kennen
- Den Satz von Herbrand kennen

Syntax der Prädikatenlogik

Signatur $\Sigma = (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma)$

- F_Σ Menge aller Funktionszeichen, 0-stellige Funktionsymbole heißen Konstantensymbole, z.B. 0 als Konstante für die kleinste natürliche Zahl.

Syntax der Prädikatenlogik

Signatur $\Sigma = (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma)$

- F_Σ Menge aller Funktionszeichen, 0-stellige Funktionsymbole heißen Konstantensymbole, z.B. 0 als Konstante für die kleinste natürliche Zahl.
- P_Σ Menge aller Prädikatszeichen.

Syntax der Prädikatenlogik

Signatur $\Sigma = (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma)$

- F_Σ Menge aller Funktionszeichen, 0-stellige Funktionsymbole heißen Konstantensymbole, z.B. 0 als Konstante für die kleinste natürliche Zahl.
- P_Σ Menge aller Prädikatszeichen.

Syntax der Prädikatenlogik

Signatur $\Sigma = (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma)$

- F_Σ Menge aller Funktionszeichen, 0-stellige Funktionsymbole heißen Konstantensymbole, z.B. 0 als Konstante für die kleinste natürliche Zahl.
- P_Σ Menge aller Prädikatszeichen.

Menge aller Formeln For_Σ

1. $\{\mathbf{1}, \mathbf{0}\} \cup At_\Sigma \subseteq For_\Sigma$

Syntax der Prädikatenlogik

Signatur $\Sigma = (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma)$

- F_Σ Menge aller Funktionszeichen, 0-stellige Funktionsymbole heißen Konstantensymbole, z.B. 0 als Konstante für die kleinste natürliche Zahl.
- P_Σ Menge aller Prädikatszeichen.

Menge aller Formeln For_Σ

1. $\{\mathbf{1}, \mathbf{0}\} \cup At_\Sigma \subseteq For_\Sigma$
2. Mit $x \in Var$ und $A, B \in For_\Sigma$ sind ebenfalls in For_Σ:
   $\neg A, (A \wedge B), (A \vee B), (A \rightarrow B), (A \leftrightarrow B), \forall x A, \exists x A$

Syntax der Prädikatenlogik

Signatur $\Sigma = (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma)$

- F_Σ Menge aller Funktionszeichen, 0-stellige Funktionsymbole heißen Konstantensymbole, z.B. 0 als Konstante für die kleinste natürliche Zahl.
- P_Σ Menge aller Prädikatszeichen.

Menge aller Formeln For_Σ

1. $\{\mathbf{1}, \mathbf{0}\} \cup At_\Sigma \subseteq For_\Sigma$
2. Mit $x \in Var$ und $A, B \in For_\Sigma$ sind ebenfalls in For_Σ:
   $\neg A, (A \wedge B), (A \vee B), (A \rightarrow B), (A \leftrightarrow B), \forall x A, \exists x A$

Syntax der Prädikatenlogik

Signatur $\Sigma = (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma)$

- F_Σ Menge aller Funktionszeichen, 0-stellige Funktionsymbole heißen Konstantensymbole, z.B. 0 als Konstante für die kleinste natürliche Zahl.
- P_Σ Menge aller Prädikatszeichen.

Menge aller Formeln For_Σ

1. $\{\mathbf{1}, \mathbf{0}\} \cup At_\Sigma \subseteq For_\Sigma$
2. Mit $x \in Var$ und $A, B \in For_\Sigma$ sind ebenfalls in For_Σ:
   $\neg A, (A \wedge B), (A \vee B), (A \to B), (A \leftrightarrow B), \forall x A, \exists x A$

$\mathbf{1}$ kann als Abkürzung für $A \vee \neg A$
$\mathbf{0}$ kann als Abkürzung für $A \wedge \neg A$
aufgefasst werden.

Semantik der Prädikatenlogik

Signatur $\Sigma_{arith} = \{+, *, \leq\}$

Die mathematischen ganzen Zahlen

$$\mathcal{Z} = (\mathbb{Z}, +_{\mathcal{Z}}, *_{\mathcal{Z}}, \leq_{\mathcal{Z}}).$$

Die ganzen Zahlen in Java

$$\mathcal{Z}_{Jint} = (\mathbb{Z}_{Jint}, +_{Jint}, *_{Jint}, \leq_{Jint}).$$

wobei:

$$\begin{array}{lcl} \mathbb{Z}_{Jint} & = & [minInt, maxInt] \quad = \quad [-2147483648, 2147483647] \\ n +_{Jint} m & = & \text{Java Semantik} \\ n *_{Jint} m & = & \text{Jave Semantik} \\ n \leq_{Jint} m & \Leftrightarrow & n \leq_{\mathcal{Z}} m \end{array}$$

Formel ϕ	$\mathcal{Z} \models \phi$	$\mathcal{Z}_{jint} \models \phi$
$\forall x \exists y (x < y)$	ja	nein
$\forall x \forall y ((x + 1) * y = x * y + y)$	ja	ja
$\exists x (0 < x \wedge x + 1 < 0)$	nein	ja

Prädikatenlogik

Tautologien erkennen

(a) $\phi_a = \exists x \neg(\forall x (f(x) \doteq f(x)))$

(b) $\phi_b = \forall x (f(x) \doteq c) \to f(f(f(c))) \doteq c$

(c) $\phi_c = \forall x (\forall y (p(x) \vee \neg p(y)))$

(d) $\phi_e = ((r \to s) \to r) \to (r \to (s \to r))$

Bemerkung: p, q, r, s sind Prädikatssymbole, f, g Funktionssymbole (jeweils mit der richtigen Stelligkeit), c ein Konstantensymbol (nullstelliges Funktionssymbol) und x, y sind Variablen. Eine Formel kann mehr als eine der genannten Eigenschaften haben.

Prädikatenlogik

Herbrand Struktur - Einstimmung

Wir haben bewiesen

$$
\begin{array}{ll}
\forall x \forall y \forall z (r(x,y) \wedge r(y,z) \rightarrow r(x,z)) \wedge & \\
\forall x \forall y (r(x,y) \rightarrow r(y,x)) \wedge & \\
\forall x \exists y (r(x,y) & \rightarrow \quad \forall x (r(x,x)
\end{array}
$$

Wie sieht ein mögliches Gegenbeispiel aus?

Prädikatenlogik

Herbrand Struktur - Einstimmung

Wir haben bewiesen

$$\begin{array}{ll} \forall x \forall y \forall z (r(x,y) \wedge r(y,z) \rightarrow r(x,z)) \wedge & \\ \forall x \forall y (r(x,y) \rightarrow r(y,x)) \wedge & \\ \forall x \exists y (r(x,y) & \rightarrow \quad \forall x (r(x,x) \end{array}$$

Gilt auch

$$\begin{array}{ll} \forall x \forall y \forall z (r(x,y) \wedge r(y,z) \rightarrow r(x,z)) \wedge & \\ \forall x \exists y (r(x,y) \wedge & \\ \forall x (r(x,x) & \rightarrow \forall x \forall y (r(x,y) \rightarrow r(y,x)) \end{array}$$

Wie sieht ein mögliches Gegenbeispiel aus?

Prädikatenlogik

Herbrand Struktur

Eine Interpretation (D, I) heißt *Herbrand-Struktur*, wenn

Herbrand Struktur

Eine Interpretation (D, I) heißt *Herbrand-Struktur*, wenn

Prädikatenlogik

Herbrand Struktur

Herbrand Struktur

Eine Interpretation (D, I) heißt *Herbrand-Struktur*, wenn

1. $D = Term^0_\Sigma$ = Menge der Grundterme.

Prädikatenlogik

Herbrand Struktur

Herbrand Struktur

Eine Interpretation (D, I) heißt *Herbrand-Struktur*, wenn

1. $D = Term_{\Sigma}^{0}$ = Menge der Grundterme.
2. $I(f)(t_1, \ldots, t_n) = f(t_1, \ldots, t_n)$
   für alle Funktionssymbole $f \in \Sigma$
   und beliebige Grundterme $t_1, \ldots, t_n$.

Prädikatenlogik

Herbrand Struktur

Herbrand Struktur

Eine Interpretation (D, I) heißt *Herbrand-Struktur*, wenn

1. $D = Term^0_\Sigma$ = Menge der Grundterme.
2. $I(f)(t_1, \ldots, t_n) = f(t_1, \ldots, t_n)$
   für alle Funktionssymbole $f \in \Sigma$
   und beliebige Grundterme $t_1, \ldots, t_n$.

Herbrand Struktur

Eine Interpretation (D, I) heißt *Herbrand-Struktur*, wenn

1. $D = Term_\Sigma^0 =$ Menge der Grundterme.
2. $I(f)(t_1, \ldots, t_n) = f(t_1, \ldots, t_n)$
   für alle Funktionssymbole $f \in \Sigma$
   und beliebige Grundterme $t_1, \ldots, t_n$.

Satz von Herbrand

Σ enthalte mindestens eine Konstante, und es sei M eine Menge geschlossener, universell quantifizierter Formeln. Ferner enthalte keine Formel in M das Gleichheitssymbol $\doteq$.

$$M \text{ hat ein Modell } \Rightarrow M \text{ hat ein Herbrand-Modell}$$

Was Sie wissen sollten

Beweistheorie

- Die Ziele der Beweistheorie verstehen.

Was Sie wissen sollten

Beweistheorie

- Die Ziele der Beweistheorie verstehen.
- Grundidee des Hilbertkalküls verstehen.

Was Sie wissen sollten

Beweistheorie

- Die Ziele der Beweistheorie verstehen.
- Grundidee des Hilbertkalküls verstehen.
- Resolutionskalkül, Tableaukalkül kennen.

Was Sie wissen sollten

Beweistheorie

- Die Ziele der Beweistheorie verstehen.
- Grundidee des Hilbertkalküls verstehen.
- Resolutionskalkül, Tableaukalkül kennen.
- Beweisidee für den Korrektheits- und Vollständigkeitsbeweis des aussagenlogischen Resolutionskalküls kennen.

Was Sie wissen sollten

Beweistheorie

- Die Ziele der Beweistheorie verstehen.
- Grundidee des Hilbertkalküls verstehen.
- Resolutionskalkül, Tableaukalkül kennen.
- Beweisidee für den Korrektheits- und Vollständigkeitsbeweis des aussagenlogischen Resolutionskalküls kennen.
- Beweisidee für den Korrektheits- und Vollständigkeitsbeweis des Tableaukalküls kennen.

Was Sie wissen sollten

Beweistheorie

- Die Ziele der Beweistheorie verstehen.
- Grundidee des Hilbertkalküls verstehen.
- Resolutionskalkül, Tableaukalkül kennen.
- Beweisidee für den Korrektheits- und Vollständigkeitsbeweis des aussagenlogischen Resolutionskalküls kennen.
- Beweisidee für den Korrektheits- und Vollständigkeitsbeweis des Tableaukalküls kennen.
- für kleine Beispiele Ableitungen im Resolutionskalkül und Tableaukalkül, für Aussagen- und Prädikatenlogik, finden können

Was Sie wissen sollten

Beweistheorie

- Die Ziele der Beweistheorie verstehen.
- Grundidee des Hilbertkalküls verstehen.
- Resolutionskalkül, Tableaukalkül kennen.
- Beweisidee für den Korrektheits- und Vollständigkeitsbeweis des aussagenlogischen Resolutionskalküls kennen.
- Beweisidee für den Korrektheits- und Vollständigkeitsbeweis des Tableaukalküls kennen.
- für kleine Beispiele Ableitungen im Resolutionskalkül und Tableaukalkül, für Aussagen- und Prädikatenlogik, finden können
- Aussagenlogische Tableauregeln aus Wahrheitstafeln konstruieren.

PEANO ARITHMETIK

Was Sie wissen sollten

- Grundidee der Peano Arithmetik kennen.

Was Sie wissen sollten

- Grundidee der Peano Arithmetik kennen.
- Entscheidbarkeitsresultate zur Peano Arithmetik kennen.

Unentscheidbarkeit

Resultate

Unentscheidbarkeit

Resultate

1. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv.

Unentscheidbarkeit

Resultate

1. $\mathit{Th}(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv.
2. $\mathit{Th}(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv aufzählbar

Unentscheidbarkeit

Resultate

1. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv.
2. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv aufzählbar
3. $Cn(PA) \subsetneq Th(\mathcal{N})$

Unentscheidbarkeit

Resultate

1. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv.
2. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv aufzählbar
3. $Cn(PA) \subsetneq Th(\mathcal{N})$
4. $Th(\langle \mathbb{N}, +, 0, 1 \rangle)$ ist rekursiv (entscheidbar).
   Presburger Arithmetik

Unentscheidbarkeit

Resultate

1. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv.
2. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv aufzählbar
3. $Cn(PA) \subsetneq Th(\mathcal{N})$
4. $Th(\langle \mathbb{N}, +, 0, 1 \rangle)$ ist rekursiv (entscheidbar).
   Presburger Arithmetik

Unentscheidbarkeit

Resultate

1. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv.
2. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv aufzählbar
3. $Cn(PA) \subsetneq Th(\mathcal{N})$
4. $Th(\langle \mathbb{N}, +, 0, 1 \rangle)$ ist rekursiv (entscheidbar).
   Presburger Arithmetik

Kann man nicht jede Multiplikation durch Additionen ersetzen?
z.B. 3*5 = 5+5+5

Unentscheidbarkeit

Resultate

1. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv.
2. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv aufzählbar
3. $Cn(PA) \subsetneq Th(\mathcal{N})$
4. $Th(\langle \mathbb{N}, +, 0, 1 \rangle)$ ist rekursiv (entscheidbar).
   Presburger Arithmetik

Kann man nicht jede Multiplikation durch Additionen ersetzen?
z.B. 3*5 = 5+5+5
Da funktioniert nicht bei der folgenden Frage:

Unentscheidbarkeit

Resultate

1. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv.
2. $Th(\mathcal{N})$ ist nicht rekursiv aufzählbar
3. $Cn(PA) \subsetneq Th(\mathcal{N})$
4. $Th(\langle \mathbb{N}, +, 0, 1 \rangle)$ ist rekursiv (entscheidbar).
   Presburger Arithmetik

Kann man nicht jede Multiplikation durch Additionen ersetzen?
z.B. 3*5 = 5+5+5
Da funktioniert nicht bei der folgenden Frage:
$\mathcal{N} \models \forall x \forall y (x^2 - 9 * y^2 \doteq 1 \rightarrow (x \doteq 1 \vee x \doteq -1) \wedge y \doteq 0)$?

JML

Was Sie wissen sollten

- grundlegende Konzepte von JML kennen

Was Sie wissen sollten

- grundlegende Konzepte von JML kennen
- einfache JML Spezifikationen lesen und erklären können

Was Sie wissen sollten

- grundlegende Konzepte von JML kennen
- einfache JML Spezifikationen lesen und erklären können
- einfache Spezifkationen in JML formalisieren können

Reduktionssysteme

Was Sie wissen sollten

- Wichtigsten Eigenschaften von Reduktionssystemen und die Zusammenhänge zwischen ihnen kennen

Was Sie wissen sollten

- Wichtigsten Eigenschaften von Reduktionssystemen und die Zusammenhänge zwischen ihnen kennen
- Gerichtete Termersetzungssystem kennen und kleine Beispiel rechnen können.

Modale Logik

Was Sie wissen sollten

- Definition von Syntax und Semantik (Kripke Strukturen) beherrschen.

Was Sie wissen sollten

- Definition von Syntax und Semantik (Kripke Strukturen) beherrschen.
- Allgemeingültige Formeln erkennen können, auch für Allgemeingültigkeit relativ zu Kripke Strukturen mit Einschränkungen and die Zugänglicheitsrelation R.

Was Sie wissen sollten

- Definition von Syntax und Semantik (Kripke Strukturen) beherrschen.
- Allgemeingültige Formeln erkennen können, auch für Allgemeingültigkeit relativ zu Kripke Strukturen mit Einschränkungen and die Zugänglicheitsrelation R.
- Für einfache Eigenschaften von R charakterisierende Formeln finden.

Bemerkung zur Notation

Das Symbol $\models$ ist überladen.

1. $M \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist eine logische Folgerung aus der Formelmenge M.

Bemerkung zur Notation

Das Symbol $\models$ ist überladen.

1. $M \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist eine logische Folgerung aus der Formelmenge M.
2. $(\mathcal{K}, s) \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist wahr im Zustand s der Kripke-Struktur $\mathcal{K}$.

Bemerkung zur Notation

Das Symbol $\models$ ist überladen.

1. $M \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist eine logische Folgerung aus der Formelmenge M.
2. $(\mathcal{K}, s) \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist wahr im Zustand s der Kripke-Struktur $\mathcal{K}$.

Bemerkung zur Notation

Das Symbol $\models$ ist überladen.

1. $M \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist eine logische Folgerung aus der Formelmenge M.
2. $(\mathcal{K}, s) \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist wahr im Zustand s der Kripke-Struktur $\mathcal{K}$.

Das Symbol $\vdash$ steht dagegen für die Ableitbarkeit in einem Kalkül. Zum Beispiel bedeutet $\vdash_{\mathbf{H}0} A$
Die Formel A ist im aussagenlogischen Hilbertkalkül ohne Voraussetzungen ableitbar

Bemerkung zur Notation

Das Symbol $\models$ ist überladen.

1. $M \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist eine logische Folgerung aus der Formelmenge M.
2. $(\mathcal{K}, s) \models A$ bedeutet
   Die Formel A ist wahr im Zustand s der Kripke-Struktur $\mathcal{K}$.

Das Symbol $\vdash$ steht dagegen für die Ableitbarkeit in einem Kalkül. Zum Beispiel bedeutet $\vdash_{\mathbf{H}0} A$
Die Formel A ist im aussagenlogischen Hilbertkalkül ohne Voraussetzungen ableitbar
Nach dem Beweis des jeweiligen Vollständigkeitssatzes wissen wird, daß $\models$ und $\vdash$ zusammenfallen.

LTL

Was Sie wissen sollten

- LTL-Formeln lesen können

Was Sie wissen sollten

- LTL-Formeln lesen können
- Einfache temporale Eigenschaften in LTL formalisieren können.

Was Sie wissen sollten

- LTL-Formeln lesen können
- Einfache temporale Eigenschaften in LTL formalisieren können.
- Zusammenhang zwischen LTL und Büchi Automaten kennen.

Was Sie wissen sollten

- LTL-Formeln lesen können
- Einfache temporale Eigenschaften in LTL formalisieren können.
- Zusammenhang zwischen LTL und Büchi Automaten kennen.
- Konzept der LTL Modellprüfung kennen.

Notation für Semantik

…	…	…
$\xi \models \Box A$	gdw	für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\xi_n \models A$
$\xi \models \Diamond A$	gdw	es gibt ein $n \in \mathbb{N}$ mit $\xi_n \models A$
…	…	…

Wobei ξ_n für das bei n beginnende Endstück von ξ steht, i.e. $\xi_n(m) = \xi(n+m)$.

Notation für Semantik

...	...	...
$\xi \models \Box A$	gdw	für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\xi_n \models A$
$\xi \models \Diamond A$	gdw	es gibt ein $n \in \mathbb{N}$ mit $\xi_n \models A$
...	...	...

Wobei ξ_n für das bei n beginnende Endstück von ξ steht, i.e. $\xi_n(m) = \xi(n+m)$.

Alternative

Notation für Semantik

$$
\begin{array}{lll}
\ldots & \ldots & \ldots \\
\xi \models \Box A & \text{gdw} & \text{für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt } \xi_n \models A \\
\xi \models \Diamond A & \text{gdw} & \text{es gibt ein } n \in \mathbb{N} \text{ mit } \xi_n \models A \\
\ldots & \ldots & \ldots
\end{array}
$$

Wobei ξ_n für das bei n beginnende Endstück von ξ steht, i.e. $\xi_n(m) = \xi(n+m)$.

Alternative

$$
\begin{array}{lll}
\ldots & \ldots & \ldots \\
(\xi, i) \models \Box A & \text{gdw} & \text{für alle } j \in \mathbb{N} \text{ mit } i \leq j \text{ gilt } (\xi, j) \models A \\
(\xi, i) \models \Diamond A & \text{gdw} & \text{es gibt ein } j \in \mathbb{N} \text{ mit } i \leq j \text{ und } (\xi, j) \models A \\
\ldots & \ldots & \ldots
\end{array}
$$

Tautologie

$$p \, \mathbf{V} \, q \quad \leftrightarrow \quad q \, \mathbf{U}_w \, (p \wedge q)$$

Allgemeines

Häufig gestellte Frage

Ist es erlaubt, jede einigermaßen verbreitete Notation zu verwenden, solange man an einem aktuellen Informatik Lehrbuch nachweisen kann, daß es diese Notation gibt?

Häufig gestellte Frage

Ist es erlaubt, jede einigermaßen verbreitete Notation zu verwenden, solange man an einem aktuellen Informatik Lehrbuch nachweisen kann, daß es diese Notation gibt?

Antwort

Bitte, halten Sie sich an die in der Vorlesung und im Skriptum verwendete Notation.
Wir werden bei der Korrektur der Klausur versuchen flexibel zu sein. Das heißt aber nicht, daß wir alles akzeptieren können.

Häufig gestellte Frage

Werden in der Klausur Definitionen abgefragt?

Häufig gestellte Frage

Werden in der Klausur Definitionen abgefragt?

Antwort

In der Regel werden Definitionen nicht direkt abgefragt, sondern Aufgaben gestellt, die voraussetzen, daß man die Definition kennt.

Häufig gestellte Frage

Werden in der Klausur Definitionen abgefragt?

Antwort

In der Regel werden Definitionen nicht direkt abgefragt, sondern Aufgaben gestellt, die voraussetzen, daß man die Definition kennt.

Sie können mit Ankreuzaufgaben im Wert ungefähr 10 Punkten aus 60 rechnen.

Häufig gestellte Frage

Wie kann man Prädikaten- und Funktionssymbole in einer Aufgabenstellung auseinanderhalten?

Häufig gestellte Frage

Wie kann man Prädikaten- und Funktionssymbole in einer Aufgabenstellung auseinanderhalten?

Antwort

In des meisten Fällen ist das explizit in der Signatur Σ vorgegeben.

Häufig gestellte Frage

Wie kann man Prädikaten- und Funktionssymbole in einer Aufgabenstellung auseinanderhalten?

Antwort

In des meisten Fällen ist das explizit in der Signatur Σ vorgegeben.
Diese Information kann man in den meisten Fällen auch erschließen.

$$(f(a, g(y)) \wedge u(p(x), q)) \to (a \doteq m(r) \vee \neg s(0, 0))$$

Häufig gestellte Frage

Wie kann man Prädikaten- und Funktionssymbole in einer Aufgabenstellung auseinanderhalten?

Antwort

In des meisten Fällen ist das explizit in der Signatur Σ vorgegeben.
Diese Information kann man in den meisten Fällen auch erschließen.

$$(f(a, g(y)) \wedge u(p(x), q)) \to (a \doteq m(r) \vee \neg s(0, 0))$$

Prädikatszeichen: $f(-,-)$, $u(-,-)$, $s(-,-)$
Funktionszeichen: $a, q, r, 0, g(-), p(-), m(-),$

Häufig gestellte Frage

Bei den Ankreuzaufgaben:
Werden Punkte, Bruchteile von Punkten, abgezogen, wenn man eine Frage unbeantwortet läßt?

Häufig gestellte Frage

Bei den Ankreuzaufgaben:
Werden Punkte, Bruchteile von Punkten, abgezogen, wenn man eine Frage unbeantwortet läßt?

Antwort

Nein.
Wenn man in einer Zeile keine der angebotenen Antworten ankreuzt werden 0 Punkte berechnet.

Häufig gestellte Frage

Bei den Ankreuzaufgaben:
Werden Punkte, Bruchteile von Punkten, abgezogen, wenn man eine Frage unbeantwortet läßt?

Antwort

Nein.
Wenn man in einer Zeile keine der angebotenen Antworten ankreuzt werden 0 Punkte berechnet.
Nur für angekreuzte falsche Antworten gibt es Punktabzug.

Häufig gestellte Frage

Bei den Ankreuzaufgaben:
Werden Punkte, Bruchteile von Punkten, abgezogen, wenn man eine Frage unbeantwortet läßt?

Antwort

Nein.
Wenn man in einer Zeile keine der angebotenen Antworten ankreuzt werden 0 Punkte berechnet.
Nur für angekreuzte falsche Antworten gibt es Punktabzug.

Gute Strategie:
Kreuzen Sie eine Antwort nur an, wenn Sie sich sicher sind, daß sie stimmt. Auf den Zufall zu hoffen, zahlt sich nicht aus.

ENDE