Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 13
(dies ist das letzte Aufgabenblatt)

Matr.nr.:							

Nachname:

Vorname:

Tutorium: Nr. Name des Tutors:

Ausgabe: 28. Januar 2009

Abgabe: 6. Februar 2009, 13:00 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen linken Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 13:	/ 17
Blätter 1 – 13:	/ 225

Aufgabe 13.1 (2+2+2 Punkte)
Sei $\mathcal{T}$ die Menge aller Turingmaschinen und $\mathcal{F}$ die Menge aller Funktionen $f : \mathbb{N}_0 \to \{0, 1\}$.

a) Geben Sie eine injektive Funktion $c : \mathcal{T} \to \mathbb{N}_0$ an.
b) Es sei $h : \mathbb{N}_0 \to \mathcal{F}$ eine beliebige Funktion und $\overline{d} : \mathbb{N}_0 \to \{0, 1\}$ definiert vermöge $\overline{d}(n) = 1 - (h(n))(n)$.
Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $\overline{d} \neq h(n)$.
c) Zeigen Sie: Für jede Abbildung $b : \mathcal{T} \to \mathcal{F}$ gibt es mindestens eine Funktion $f \in \mathcal{F}$, für die gilt: Für alle Turingmaschinen $T \in \mathcal{T}$ ist $b(T) \neq f$.

Aufgabe 13.2 (2+4 Punkte)

a) Gegeben sei die Relation $R = \{(x, y) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \mid |x - y| \text{ ist Primzahl } \}$.
Ist R
- reflexiv?
- symmetrisch?
- transitiv?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.
b) Gegeben sei die Relation $R = \{(x, y) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 : x \textbf{ div } 10 = y \textbf{ div } 10\}$.
Ist R
- eine Äquivalenzrelation?
- verträglich mit der Addition?
- verträglich mit der Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0, n \mapsto 2n$?
- verträglich mit der Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0, n \mapsto n \textbf{ div } 2$?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 13.3 (2+3 Punkte)

a) Gegeben seien zwei Mengen A und B und eine Funktion $f : A \to B$.

Zeigen Sie, dass $R = \{(x, y) \in A \times A \mid f(x) = f(y)\}$ Äquivalenzrelation ist.

b) Es sei X ein Alphabet, $L \subseteq X^*$ eine formale Sprache über X und $\mathcal{G}$ die Menge aller Funktionen $g : X^* \to \{0, 1\}$.

Geben Sie eine Funktion $f : X^* \to \mathcal{G}$ an, so dass gilt: $\forall x, y \in X^* : f(x) = f(y) \iff x \equiv_L y$.

($\equiv_L$ bezeichne hierbei die Äquivalenzrelation von Nerode.)