

Grundbegriffe der Informatik

Aufgabenblatt 3

Matr.nr.:

--	--	--	--	--	--	--

Nachname:

--

Vorname:

--

Tutorium:

Nr.

--

Name des Tutors:

--

Ausgabe: 5. November 2008

Abgabe: 14. November 2008, 13:00 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen linken Ecke zusammengeheftet
abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 3:

	/ 15
--	------

Blätter 1 – 3:

	/ 50
--	------

Aufgabe 3.1 (4+1+2 Punkte)

Es sei A ein Alphabet.

a) Schreiben Sie einen Algorithmus auf, der folgendes leistet:

- Als Eingaben erhält er ein Wort $w : \mathbb{C}_n \rightarrow A$ und zwei Symbole $x \in A$ und $y \in A$.
- Am Ende soll eine Variable r den Wert 0 oder 1 haben, und zwar soll gelten:

$$r = \begin{cases} 1 & \text{falls irgendwo in } w \text{ direkt hintereinander} \\ & \text{erst } x \text{ und dann } y \text{ vorkommen} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Benutzen Sie zum Zugriff auf das i -te Symbol von w die Schreibweise $w(i)$.

Formulieren Sie den Algorithmus mit Hilfe einer **for**-Schleife.

b) Schreiben Sie logische Formeln (mit Quantor(en)) auf, die die folgende Formulierung formalisiert:

„Irgendwo in w kommen direkt hintereinander erst x und dann y vor.“

c) Geben Sie eine Schleifeninvariante an, die nichttrivial ist und den „wesentlichen Aspekt“ Ihres Algorithmus widerspiegelt.

Aufgabe 3.2 (1+1+5+1 Punkte)

Gegeben ist der folgende Algorithmus. Es sei

$\mathbb{N}_+ = \mathbb{N}_0 \setminus \{0\}$:

// Eingaben: $a \in \mathbb{N}_+, b \in \mathbb{N}_+$

$X_0 \leftarrow a$

$Y_0 \leftarrow b$

$P_0 \leftarrow 1$

$x_0 \leftarrow X_0 \bmod 2$

$n \leftarrow 1 + \lceil \log_2 a \rceil$

for $i \leftarrow 0$ **to** $n - 1$ **do**

$P_{i+1} \leftarrow P_i \cdot Y_i^{x_i}$

$X_{i+1} \leftarrow X_i \bmod 2$

$Y_{i+1} \leftarrow Y_i^2$

$x_{i+1} \leftarrow X_{i+1} \bmod 2$

od

a) Welchen Wert hat am Ende die Variable P_n ?

b) Geben Sie für $i \in \mathbb{N}_0$ Aussagen \mathcal{A}_i an. \mathcal{A}_i soll eine Aussage über die Werte der Variablen P_i , usw. nach i Schleifendurchläufen machen, die „das Wesentliche“ des Algorithmus widerspiegelt.

c) Beweisen Sie $\forall i \in \mathbb{N}_0 : \mathcal{A}_i$.

d) Was passiert, wenn man im Algorithmus $\lceil \log_2 a \rceil$ statt $\lceil \log_2 a \rceil$ schreibt? Begründung?