Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 5

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.
	Name des Tutors:
Ausgabe:	18. November 2009
Abgabe:	27. November 2009, 13:00 Uhr im Briefkasten im Untergeschoss von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 5:	/ 20
Blätter 1 – 5:	/ 93

Aufgabe 5.1 (2+2+1+1 Punkte)
Sei A eine Menge und $R \subseteq A \times A$ eine Relation über A.
Zeigen Sie:

a) R ist transitiv $\Rightarrow R \circ R \subseteq R$.
b) $R \circ R \subseteq R \Rightarrow R$ ist transitiv.
c) R ist transitiv und reflexiv $\Rightarrow R \circ R = R$.
d) R ist transitiv und reflexiv $\Rightarrow R^* = R$.

Aufgabe 5.2 (3 Punkte)
Es seien A, B, C Mengen.

- Geben Sie eine bijektive Abbildung $F : C^{A \times B} \to C^{B \times A}$ an.
- Beweisen Sie, dass Ihre angegebene Funktion F injektiv ist.

Aufgabe 5.3 (1+2+2 Punkte)
Gegeben seien die Homomorphismen

- $h : \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \to \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*$ mit $h(\mathtt{a}) = \mathtt{10}$, $h(\mathtt{b}) = \mathtt{01}$ und $h(\mathtt{c}) = \mathtt{101}$ und
- $g : \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \to \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*$ mit $g(\mathtt{a}) = \mathtt{10}$, $g(\mathtt{b}) = \mathtt{01}$ und $g(\mathtt{c}) = \mathtt{10001}$.

a) Finden Sie ein Wort w mit $h(w) = \mathtt{100101101}$.
b) Finden Sie zwei Wörter $w_1, w_2 \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^*$, für die gilt: $w_1 \neq w_2 \wedge h(w_1) = h(w_2)$.
c) Geben Sie eine rekursive Definition für eine Abbildung $u : \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \to \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}, \perp\}^*$ an, für welche die beiden folgenden Aussagen gelten:
$\forall w \in \{0, 1\}^* : (\exists w' \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* : g(w') = w) \Rightarrow g(u(w)) = w$
$\forall w \in \{0, 1\}^* : (\forall w' \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* : g(w') \neq w) \Rightarrow (u(w))(|u(w)| - 1) = \perp$

Aufgabe 5.4 (3+3 Punkte)

a) Gibt es einen Homomorphismus $h : Z_8^* \to Z_2^*$, so dass gilt:
$\forall w \in Z_8^* : Num_2(h(w)) = Num_8(w)$?
Falls Ihre Antwort „ja“ ist: Geben Sie für alle $w \in Z_8$ das Wort $h(w)$ an.
Falls Ihre Antwort „nein“ ist: Erklären Sie, warum es einen solchen Homomorphismus nicht geben kann.
b) Gibt es einen Homomorphismus $h : Z_3^* \to Z_2^*$, so dass gilt:
$\forall w \in Z_3^* : Num_2(h(w)) = Num_3(w)$?
Falls Ihre Antwort „ja“ ist: Geben Sie für alle $w \in Z_3$ das Wort $h(w)$ an.
Falls Ihre Antwort „nein“ ist: Erklären Sie, warum es einen solchen Homomorphismus nicht geben kann.