

Grundbegriffe der Informatik Musterlösung zu Aufgabenblatt 12

Aufgabe 12.1 (4 Punkte)

Die Sprache $L \subseteq \{a, b\}^*$ sei wie folgt definiert:

- $\varepsilon \in L$
- $\forall w_1, w_2 \in L : aw_1bw_2 \in L \wedge bw_1aw_2 \in L$
- Keine anderen Wörter liegen in L .

Zeigen Sie durch strukturelle Induktion, dass jedes Wort $w \in L$ ebenso viele **a** wie **b** enthält. (Schreibweise für Anzahl der **a** in w : $N_a(w)$)

Lösung 12.1

Induktionsanfang: $w = \varepsilon$: $N_a(w) = N_b(w) = 0$. ✓

Induktionsvoraussetzung: Für beliebige aber feste $w_1, w_2 \in L$ gelte $N_a(w_1) = N_b(w_1)$ und $N_a(w_2) = N_b(w_2)$

Induktionsschluss: Wir zeigen, dass auch für $w \in \{aw_1bw_2, bw_1aw_2\}$ gilt: $N_a(w) = N_b(w)$

- $w = aw_1bw_2 \Rightarrow N_a(w) = 1 + N_a(w_1) + N_a(w_2) \stackrel{IV}{=} 1 + N_b(w_1) + N_b(w_2) = N_b(w)$. ✓
- $w = bw_1aw_2 \Rightarrow N_a(w) = N_a(w_1) + 1 + N_a(w_2) \stackrel{IV}{=} N_b(w_1) + 1 + N_b(w_2) = N_b(w)$. ✓

□.

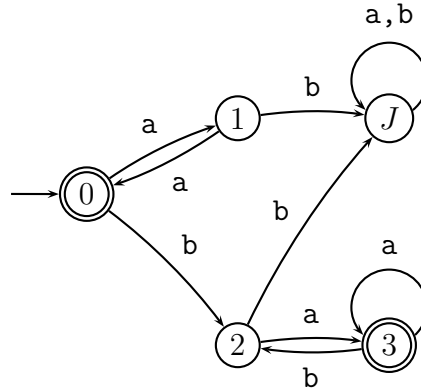
Aufgabe 12.2 (3+1+2 Punkte)

Gegeben sei die rechtslineare Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P)$ mit $P = \{S \rightarrow baas \mid baS \mid aaS \mid \epsilon\}$

- a) Geben Sie einen endlichen Akzeptor A an, so dass $L(A) = L(G)$ gilt.
- b) Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, so dass $\langle R \rangle = L(G)$ gilt.
- c) Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, der nicht das Zeichen $|$ enthält, und für den $\langle R \rangle = L(G)$ gilt.

Lösung 12.2

a)



b) $(baa|ba|aa)^*$

c) $(aa)^*(baa^*)^*$

Aufgabe 12.3 (2+1+2+1 Punkte)

Die Turingmaschine T mit Anfangszustand S_0 und Eingabealphabet $\{A, C, D\}$ sei gegeben durch

	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A	$(A, S_1, 1)$	$(A, S_1, 1)$	$(A, S_3, 1)$	$(A, S_1, 1)$	$(D, S_5, -1)$	—
C	$(C, S_0, 1)$	$(C, S_0, 1)$	$(C, S_0, 1)$	$(C, S_4, -1)$	—	—
D	$(D, S_0, 1)$	$(D, S_2, 1)$	$(D, S_0, 1)$	$(D, S_2, 1)$	—	$(C, S_0, 1)$
$\square$	—	—	—	—	—	—

- Geben Sie ein kürzestes Eingabewort w an, so dass T bei Eingabe von w irgendwann in den Zustand S_4 kommt.
- Welches Wort steht am Ende der Berechnung auf dem Band, wenn die Eingabe das Wort w aus Teilaufgabe a) ist?
- Was macht die Turingmaschine allgemein mit einem Eingabewort w ?
- Gibt es einen Mealy-Automaten $A = (Z, z_0, \{A, C, D\}, f, Y, g)$, so dass für jedes $w \in \{A, C, D\}^*$ gilt: $g^{**}(z_0, w)$ ist das Wort, das bei Eingabe von w am Ende der Berechnung von T auf dem Band steht.

Lösung 12.3

1. $ADAC$
2. $ACDC$
3. Die Turingmaschine ersetzt jedes Vorkommen von $ADAC$ in w durch $ACDC$.
4. Nein.

Man könnte zwar einen Mealy-Automaten bauen, der jedes Vorkommen von $ADAC$ mit $ACDC$ ersetzt, jedoch wäre die Ausgabe bei einem Präfix von ADA das leere Wort.

Aufgabe 12.4 (4 Punkte)

Geben Sie eine Turingmaschine an, die bei Eingabe eines Wortes $w \in \{0, 1\}^+$ das Wort $w_1 = \mathbf{x}w$ auf dem Band produziert. Dabei soll das $\mathbf{x}$ an die Stelle des ersten Symbols von w geschrieben werden und jedes Symbol von w um ein Feld nach rechts verschoben werden. Ihre Turingmaschine darf maximal 6 Zustände haben. Größere Maschinen werden nicht korrigiert.

Lösung 12.4

S ist der Startzustand der Turingmaschine.

	S	S_0	S_1	F
0	$(\mathbf{x}, S_0, 1)$	$(0, S_0, 1)$	$(1, S_0, 1)$	-
1	$(\mathbf{x}, S_1, 1)$	$(0, S_1, 1)$	$(1, S_1, 1)$	-
$\square$	-	$(0, F, 0)$	$(1, F, 0)$	-
$\mathbf{x}$	-	-	-	-

Hinweis: Die Turingmaschine kann natürlich auch anders dargestellt werden.