Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 6

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.
	Name des Tutors:

Ausgabe: 24. November 2010

Abgabe: 3. Dezember 2010, 12:30 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 6:	/ 21
Blätter 1 – 6:	/ 119

Aufgabe 6.1 (3+2 Punkte)
Seien $P, Q, R, S \subseteq (D \times D)$ zweistellige Relationen auf einer nichtleeren Menge D.

a) Beweisen Sie:

$$P^* \circ Q = \bigcup_{i=0}^{\infty} (P^i \circ Q)$$

b) Zeigen Sie, dass für beliebige P, Q, R, S gilt:
$P \subseteq Q,\ R \subseteq S \Rightarrow P \circ R \subseteq Q \circ S.$

Aufgabe 6.2 (2+1+2 Punkte)
Es bezeichne $\mathbb{Z}$ die Menge der ganzen Zahlen, also $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$. Gegeben sei eine Ziffernmenge $Z_{-2} = \{\mathtt{N}, \mathtt{E}\}$ mit der Festlegung $\mathrm{num}_2(\mathtt{N}) = 0$ und $\mathrm{num}_2(\mathtt{E}) = 1$. Analog zum Vorgehen in der Vorlesung definieren wir eine Abbildung $\mathrm{Num}_{-2} : Z_{-2}^* \to \mathbb{Z}$ wie folgt:

$$\mathrm{Num}_{-2}(\varepsilon) = 0$$
$$\forall w \in Z_{-2}^* \ \forall x \in Z_{-2} : \mathrm{Num}_{-2}(wx) = -2 \cdot \mathrm{Num}_{-2}(w) + \mathrm{num}_2(x)$$

a) Geben Sie für $w \in \{\mathtt{E}, \mathtt{EN}, \mathtt{EE}, \mathtt{ENE}, \mathtt{EEN}, \mathtt{EEE}\}$ jeweils $\mathrm{Num}_{-2}(w)$ an.

b) Für welche Zahlen $x \in \mathbb{Z}$ gibt es ein $w \in Z_{-2}^*$ mit $\mathrm{Num}_{-2}(w) = x$?

c) Wie kann man an einem Wort $w \in Z_{-2}^*$ erkennen, ob $\mathrm{Num}_{-2}(w)$ negativ, Null oder positiv ist?

Aufgabe 6.3 (3+3 Punkte)
Gegeben sei folgende Abbildung $f : \mathbb{N}_+ \to \mathbb{Z}$, mit $f(n) = 1 - 3n$, wobei $\mathbb{Z}$ wieder die Menge der ganzen Zahlen ist.

a) Gibt es eine Abbildung $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_+$, so dass $f \circ g = I_{\mathbb{Z}}$? Begründen Sie ihre Antwort.

b) Gibt es eine Abbildung $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_+$, so dass $h \circ f = I_{\mathbb{N}_+}$? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 6.4 (3+2 Punkte)
Gegeben sei folgende Abbildung über dem Alphabet $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}, \ldots, \mathtt{z}\}$.

$$R(\epsilon) = \{\epsilon\},$$
$$\forall w \in A^* : \forall x \in A : R(wx) = x \cdot R(w).$$

a) Ist R ein Homomorphismus? Begründen Sie ihre Antwort.

b) Geben Sie ein weiteres Alphabet A' an, so dass R ein Homomorphismus ist.