

# Grundbegriffe der Informatik

## Aufgabenblatt 3

Matr.nr.:

Nachname:

Vorname:

Tutorium: Nr.  Name des Tutors:

Ausgabe: 2. November 2011

Abgabe: 11. November 2011, 11:11 Uhr  
im Briefkasten im Untergeschoss  
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

---

*Vom Tutor auszufüllen:*

erreichte Punkte

Blatt 3:  / 21

Blätter 1 – 3:  / 61

---

### Aufgabe 3.1 (1+1+5 Punkte)

- a) Gegeben ist ein Quadrat  $Q$  mit Seitenlänge  $l$ . Wie ändert sich die absolute Anzahl an (nicht überlappenden) Quadraten, wenn  $Q$  in vier kleinere nicht-überlappende Quadrate mit Seitenlänge  $l/2$  aufgeteilt wird?
- b) Zeichnen Sie die Teilung eines Quadrates  $Q$  in 6 kleinere Quadrate, so dass es keine Überlappung gibt und die gesamte Fläche von  $Q$  mit Quadraten gefüllt ist. Die kleineren Quadrate dürfen jeweils unterschiedliche Größe haben.
- c) Benutzen Sie die vorherigen Teilaufgaben um per vollständiger Induktion zu zeigen, dass ein Quadrat  $Q$  in  $n > 5$  Quadrate aufgeteilt werden kann, so dass es keine Überlappung gibt und die gesamte Fläche von  $Q$  mit den  $n$  Quadraten gefüllt ist.

*Hinweis:* Sie können die Aussage benutzen, dass jede ganze Zahl  $n > 5$  geschrieben werden kann in der Form  $n = a + 3m$ , mit  $a \in \{6, 7, 8\}$  und  $m \in \mathbb{N}_0$ .

### Aufgabe 3.2 (2 Punkte)

Es sei  $A$  ein beliebiges Alphabet. Für alle  $w \in A^*$  ist  $N_x(w)$  die Anzahl der Vorkommen des Zeichens  $x$  im Wort  $w$ .

Geben Sie eine formale, rekursive Definition für die Funktion  $N_x(w)$  an.

### Aufgabe 3.3 (1+1 Punkte)

Es sei  $A = \{a, b\}$ . Die Sprache  $L \subseteq A^*$  sei definiert durch  $L = \{ab\}^* \{aa\} \{b\}^*$ .

Welche der beiden Wörter  $w_a, w_b$  sind in der formalen Sprache  $L^*$  enthalten?

Falls das zu überprüfende Wort  $w \in \{w_a, w_b\}$  in  $L^*$  liegt, geben Sie eine Zerlegung in Wörter  $w_1, \dots, w_k$  aus  $L$  an, so dass  $w = w_1 \cdots w_k$  gilt.

- a)  $w_a = aaabaaab$   
b)  $w_b = aaaaabaabb$

### Aufgabe 3.4 (2+1+2+2 Punkte)

Es sei  $A = \{a, b, c\}$ . Die formalen Sprachen  $L_1 \subseteq A^*$  und  $L_2 \subseteq A^*$  sind wie folgt definiert:

$$L_1 = \{\epsilon\} \cup \{a\} \cdot L_1 \cup \{b\} \cdot L_1 \cup L_1 \cdot \{c\}$$

$$L_2 = \{\epsilon\} \cup \{a\} \cdot L_2 \cdot \{a\} \cup \{b\} \cdot L_2 \cdot \{b\} \cup L_2 \cdot L_2$$

- a) Entscheiden Sie, zu welcher(n) Sprache(n) die folgenden Wörter gehören:  
 $w_1 = abbabb, w_2 = abaccb, w_3 = aabaa, w_4 = baabaabb$
- b) Geben Sie die Anzahl der Wörter der Länge 4 an, die zur Sprache  $L_1$  gehören.
- c) Geben Sie alle Wörter der Länge 4 an, die zur Sprache  $L_2$  gehören

d) Geben Sie in eigenen Worten eine möglichst einfache Beschreibung für die Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  an.

**Aufgabe 3.5 (3 Punkte)**

Es sei  $L \subseteq A^*$  eine formale Sprache. Beweisen oder widerlegen Sie:

$$L^+ \cdot L^+ \subseteq L^+$$