

Grundbegriffe der Informatik Musterlösung zu Aufgabenblatt 11

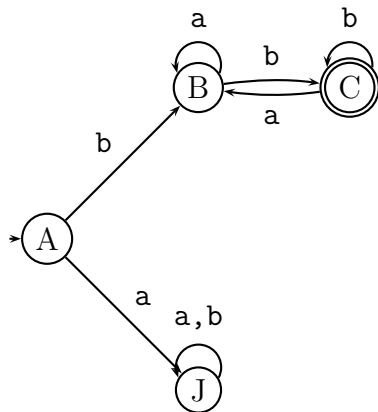
Aufgabe 11.1 (2+2 Punkte)

Geben Sie zu folgendem regulären Ausdruck $R = (b|ba)(a|b)^*(ab|b)$

- eine kurze, möglichst präzise Beschreibung für $\langle R \rangle$ in eigenen Worten und
- einen endlichen Akzeptor $A = (Z, s, \{a, b\}, f, F)$ an, so dass gilt: $L(A) = \langle R \rangle$

Lösung 11.1

- Der reguläre Ausdruck beschreibt alle Wörter über dem Alphabet $\{a, b\}$ der Länge ≥ 2 , die mit einem b beginnen und mit einem b enden.



b)

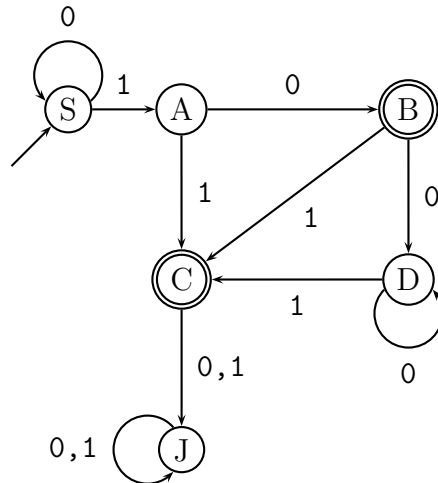
Aufgabe 11.2 (5+6 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sprachen L_i jeweils einen endlichen Akzeptor A_i , einen regulären Ausdruck R_i und eine rechtslineare Grammatik G_i an, so dass für $i \in \{1, 2\}$ gilt: $L(A_i) = \langle R_i \rangle = L(G_i) = L_i$.

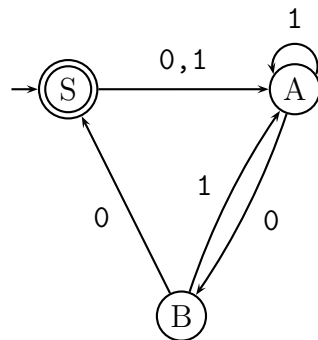
Hinweis: Benutzen Sie für Ihren Akzeptor jeweils möglichst wenig Zustände.

- $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \exists k \in \mathbb{N}_0 : \text{Num}_2(w) = 2^k + 1\}$.
- $L_2 = \{0^{3m}\} \cup \{w10^{3n+2} \mid w \in \{0, 1\}^*\}$, mit $m, n \in \mathbb{N}_0$.

Lösung 11.2



- a)
- Akzeptor:
 - regulärer Ausdruck: $0^*10 \mid 0^*10^*1$
 - rechtslineare Grammatik: $G = (\{S, A\}, \{0, 1\}, S, \{S \rightarrow 0S \mid 10 \mid 1A, A \rightarrow 0A \mid 1\})$



- b)
- Akzeptor:
 - regulärer Ausdruck: $(000)^* \mid (0 \mid 1)^*100(000)^*$
 - rechtslineare Grammatik: $G = (\{S, A, B, C\}, \{0, 1\}, S, \{S \rightarrow 000S \mid A \mid \varepsilon, A \rightarrow 0A \mid 1A \mid B, B \rightarrow 100C, C \rightarrow 000C \mid \varepsilon\})$

Hinweis: Punkteverteilung bei a) Akzeptor: 2 Punkte; regEx und Grammatik je 1,5 Punkte. Bei b) alles jeweils 2 Punkte

Aufgabe 11.3 (1 Punkte)

Gegeben sei folgender regulärer Ausdruck $R = c^*(\emptyset^*|a(a|b|c)^*|(a|b|c)^*b)c^*$

Gilt $\langle R \rangle = \{a, b, c\}^*$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung 11.3

Nein, ba ist z.B. nicht durch den regulären Ausdruck abgedeckt.

Aufgabe 11.4 (4 Punkte)

Die Funktion $f : Z \times X \rightarrow Z$ bezeichnet wie in der Vorlesung definiert die Zustandsüberföhrungsfunktion eines endlichen Akzeptors $A = (Z, z_0, X, f, F)$.

Gegeben ist die Definition der erweiterten Zustandsüberföhrungsfunktion $f^* : Z \times X^* \rightarrow Z$

$$\begin{aligned} f^*(z, \varepsilon) &= z \\ \forall z \in Z : \forall w \in X^* : \forall x \in X : f^*(z, wx) &= f^*(f(z, x), w) \end{aligned}$$

Beweisen Sie für alle $x \in X, w \in X^*, z \in Z$:

$$f^*(z, wx) = f(f^*(z, w), x)$$

per Induktion über $|w|$.

Lösung 11.4

Induktionsanfang: Für $w = \varepsilon$ gilt: $f^*(z, \varepsilon x) = f^*(z, x\varepsilon) = f^*(f(z, x), \varepsilon) = f(z, x) = f(f^*(z, \varepsilon), x)$.

Induktionsvoraussetzung:

Für alle Wörter w' mit beliebiger, aber fester Länge $n \in \mathbb{N}_0$ gelte: $\forall z \in Z : \forall x \in X : f^*(z, w'x) = f(f^*(z, w'), x)$.

Induktionsschritt: Gezeigt wird, dass die Behauptung auch für Wörter w der Länge $n + 1$ gilt. $x, y \in X$.

$$f^*(z, wx) = f^*(z, yw'x) = f^*(f(z, y), w'x) \stackrel{\text{IV}}{=} f(f^*(f(z, y), w'), x) \stackrel{\text{nach Def.}}{=} f(f^*(z, yw'), x) = f(f^*(z, w), x).$$

Hinweis: 1.5 Punkte für IA, 0.5 Punkte für IV und 2 Punkte für IS.