

# Grundbegriffe der Informatik

## Aufgabenblatt 7

Matr.nr.:

Nachname:

Vorname:

Tutorium: Nr.  Name des Tutors:

Ausgabe: 4. Dezember 2013

Abgabe: 13. Dezember 2013, 12:30 Uhr  
im GBI-Briefkasten im Untergeschoss  
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengetackert

abgegeben werden.

---

*Vom Tutor auszufüllen:*

erreichte Punkte

Blatt 7:  / 19

Blätter 1 – 7:  / 131

---

## Aufgabe 7.0 (keine Punkte; man freut sich auch so ;-))

Gehen Sie hin:

Die Fachschaft Mathe/Info & Forum InWi laden ein zum

# EULENFEST

Am Freitag den 13. Dezember 2013 im Infobau

Beginn 17:30 Uhr draußen  
19:00 Uhr drinnen

### Aufgabe 7.1 (2+3=5 Punkte)

Für  $n \in \mathbb{N}_+$  seien gerichtete Graphen  $G_n = (V_n, E_n)$  wie folgt definiert:

- $V_n = \{x \mid x \in \mathbb{N}_+ \wedge x \leq n\}$  und
- $E_n = E_\infty \cap V_n \times V_n$ .
- Dabei sei  $E_\infty = \{(x \text{ div } 2, x) \mid x \in \mathbb{N}_+\}$ .

Aufgaben:

- a) Zeichnen Sie  $G_6$  und  $G_9$ . Benennen Sie dabei bitte alle Knoten.
- b) Geben Sie für jedes  $n \in \mathbb{N}_+$  und jeden Knoten von  $G_n$  seinen Eingangs- und Ausgangsgrad an.

### Aufgabe 7.2 (1+1+2=4 Punkte)

Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass in jedem gerichteten Graphen die Summe der Eingangsgrade aller Knoten gleich der Summe aller Ausgangsgrade aller Knoten ist.

### Aufgabe 7.3 (1+2=3 Punkte)

Es seien  $G_1 = (V_1, E_1)$  und  $G_2 = (V_2, E_2)$  zwei gerichtete Graphen mit  $V_2 \subseteq V_1$  und  $E_2 = E_1 \cap V_2 \times V_2$ .

- a) Ist die Aussage  
*«Wenn  $G_1$  streng zusammenhängend ist, dann ist auch  $G_2$  streng zusammenhängend.»*  
richtig oder falsch?
- b) Beweisen Sie Ihre Antwort aus Teilaufgabe a).

### Aufgabe 7.4 (1+1=2 Punkte)

- a) Was kann man über den größten Eingangsgrad eines Knotens eines gerichteten Graphen mit mindestens 3 Knoten sagen, dessen Knoten alle Ausgangsgrad 3 haben?

- b) Was kann man über den größten Ausgangsgrad eines Knoten eines gerichteten Graphen mit  $n \geq 3$  Knoten und  $m \geq 1$  Kanten sagen?

**Aufgabe 7.5 (1+1+1+1+1=5 Punkte)**

Für  $n \in \mathbb{N}_+$  seien gerichtete Graphen  $G_n = (V_n, E_n)$  wie folgt definiert:

- $V_n = \mathbb{G}_n$  und
- $E_n = \{(x, y) \mid x, y \in V_n \text{ und es gibt eine Primzahl } p, \text{ die sowohl } x \text{ als auch } y \text{ teilt}\}$   
Hinweis: Zur Definition von «Primzahl» siehe Aufgabe 3.3.

Aufgaben:

- Für welche  $n$  ist  $G_n$  streng zusammenhängend?
- Für welche  $n$  enthält  $G_n$  Schlingen und welche?
- Zeichnen Sie  $G_9$ .
- Geben Sie für alle  $n \in \mathbb{N}_+$  die Relation  $E_n^*$  an.
- Es seien  $x$  und  $y$  zwei Knoten, so dass in  $G_n$  ein gerichteter Pfad von  $x$  nach  $y$  führt. Wie lang sind die kürzesten Pfade von  $x$  nach  $y$  höchstens?