Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 4

Matr.nr.: | | | | | | | |

Nachname:

Vorname:

Tutorium: Nr. Name des Tutors:

Ausgabe: 12. November 2014

Abgabe: 21. November 2014, 12:30 Uhr
im GBI-Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 4: $/\ 17 + 3$

Blätter 1 – 4: $/\ 69 + 13$

Aufgabe 4.1 (1 + 1 + 2 + 1 + 2 = 7 Punkte)
Es sei w das Wort $\mathtt{aababcba}$ über dem Alphabet $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$.

a) Bestimmen Sie die Huffman-Codierung des Wortes w anhand des in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus.
b) Bestimmen Sie die Block-Codierung des Wortes w für Blöcke der Länge 2.
c) Welche Informationen benötigen Sie zur Decodierung eines block-codierten Wortes für Blöcke der Länge $n \in \mathbb{N}_+$?
d) Weshalb wählt man bei der Block-Codierung von w als Blocklänge nicht $|w|$ und codiert w damit als Wort der Länge 1?
e) Anstelle von nur zwei Buchstaben zur Codierung stehen Ihnen drei Buchstaben zur Verfügung, nämlich $\{\mathtt{0}, \mathtt{1}, \mathtt{2}\}$. Überlegen Sie sich wie man das Verfahren aus der Vorlesung zur Bestimmung von Huffman-Codierungen auf diese drei Buchstaben verallgemeinern kann. Wenden Sie dieses Verfahren auf das Wort w an.

Aufgabe 4.2 (3 + 2 = 5 Punkte)
Es sei $\mathrm{Val} = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^4$, es sei $\mathrm{Adr} = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^4$ und es sei $\mathrm{Mem} = \mathrm{Val}^{\mathrm{Adr}}$.

a) Es sei $m \in \mathrm{Mem}$, es sei $a \in \mathrm{Adr}$, es sei $a' \in Adr$, es sei $v \in \mathrm{Val}$ und es sei $v' \in \mathrm{Val}$. Geben Sie

$$\begin{gathered}\mathrm{memread}(\mathrm{memwrite}(m, a, v), a),\\ \mathrm{memread}(\mathrm{memwrite}(\mathrm{memwrite}(m, a, v), a', v'), a) \text{ und}\\ \mathrm{memread}(\mathrm{memwrite}(\mathrm{memwrite}(m, a, v), a', v'), a')\end{gathered}$$

an.
b) Es sei $m \in \mathrm{Mem}$ derart, dass $m(\mathtt{0001}) = \mathtt{0100}$ und $m(\mathtt{0010}) = \mathtt{0101}$. Geben Sie

$$\begin{aligned}\mathrm{memread}(\mathrm{memwrite}(m, \mathrm{Repr}_2(\mathrm{Num}_2(\mathrm{memread}(m, \mathtt{0001}))\\ + \mathrm{Num}_2(\mathrm{memread}(m, \mathtt{0010}))), \mathtt{0011}), \mathtt{0011})\end{aligned}$$

an.

Aufgabe 4.3 (2 + 1 + 2 = 5 Punkte)
Es seien A und B zwei Alphabete. Weiter sei die Abbildung $\mathrm{map}\colon A^* \times (B^*)^A \to B^*$ im ersten Argument induktiv definiert durch

$$\begin{gathered}\forall f \in (B^*)^A\colon\ \mathrm{map}(\epsilon, f) = \epsilon,\\ \forall f \in (B^*)^A\ \forall a \in A\ \forall v \in A^*\colon\ \mathrm{map}(a \cdot v, f) = f(a) \cdot \mathrm{map}(v, f).\end{gathered}$$

a) Nun sei $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, $B = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$ und

$$\begin{aligned} f\colon A &\to B^*,\\ \mathtt{a} &\mapsto \mathtt{0},\\ \mathtt{b} &\mapsto \mathtt{1}.\end{aligned}$$

Geben Sie $\mathrm{map}(\epsilon, f)$, $\mathrm{map}(\mathtt{b}, f)$, $\mathrm{map}(\mathtt{ba}, f)$ und $\mathrm{map}(\mathtt{baabba}, f)$ an.

b) Jetzt sei $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$, $B = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$ und

$$\begin{aligned} f\colon A &\to B^*, \\ \mathtt{a} &\mapsto \mathtt{0}, \\ \mathtt{b} &\mapsto \mathtt{10}, \\ \mathtt{c} &\mapsto \mathtt{11}. \end{aligned}$$

Geben Sie $\mathrm{map}(\mathtt{aababcba}, f)$ an.

c) Hier sei $A = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$, $B = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$ und

$$\begin{aligned} f\colon A &\to B^*, \\ x &\mapsto \mathrm{Repr}_2((\mathrm{num}_2(x) + 1) \bmod 2). \end{aligned}$$

Geben Sie $\mathrm{map}(\mathtt{01101}, f)$ und $\mathrm{map}(\mathrm{map}(\mathtt{01101}, f), f)$ an.

***Aufgabe 4.4 (1 + 2 = 3 Extrapunkte)**

Fortsetzung von Aufgabe 4.3.

Es sei C eine Menge und die Abbildung $\mathrm{fold}\colon C \times B^* \times C^{C \times B} \to C$ im zweiten Argument induktiv definiert durch

$$\begin{aligned} \forall c \in C\ \forall g \in C^{C \times B} &\colon\ \mathrm{fold}(c, \epsilon, g) = c, \\ \forall c \in C\ \forall b \in B\ \forall v \in B^*\ \forall g \in C^{C \times B} &\colon\ \mathrm{fold}(c, b \cdot v, g) = \mathrm{fold}(g(c, b), v, g). \end{aligned}$$

a) Nun sei $B = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, $C = \{\mathtt{t}, \mathtt{f}\}$ und

$$\begin{aligned} g\colon C \times B &\to C, \\ (\mathtt{f}, \mathtt{a}) &\mapsto \mathtt{t}, \\ (\mathtt{f}, \mathtt{b}) &\mapsto \mathtt{f}, \\ \forall y \in B\colon (\mathtt{t}, y) &\mapsto \mathtt{t}. \end{aligned}$$

Geben Sie $\mathrm{fold}(\mathtt{f}, \mathtt{a}, g)$, $\mathrm{fold}(\mathtt{f}, \mathtt{b}, g)$, $\mathrm{fold}(\mathtt{f}, \mathtt{bbbbb}, g)$ und $\mathrm{fold}(\mathtt{f}, \mathtt{bbbab}, g)$ an.

b) Jetzt sei $A = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}, \mathtt{2}, \mathtt{3}, \mathtt{4}, \mathtt{5}, \mathtt{6}, \mathtt{7}, \mathtt{8}, \mathtt{9}\}$, $B = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$, $C = \mathbb{N}_0$,

$$\begin{aligned} f\colon A &\to B, \\ x &\mapsto \mathrm{Repr}_2(\mathrm{num}_{10}(x) \bmod 2), \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} g\colon C \times B &\to C, \\ (z, y) &\mapsto z + \mathrm{num}_2(y). \end{aligned}$$

Geben Sie $\mathrm{map}(\mathtt{332897}, f)$, $\mathrm{fold}(0, \mathrm{map}(\mathtt{332897}, f), g)$, $\mathrm{fold}(0, \mathrm{map}(\mathtt{26842}, f), g)$ und $\mathrm{fold}(0, \mathrm{map}(\mathtt{35791}, f), g)$ an.