Grundbegriffe der Informatik — Aufgabenblatt 1

Tutorium Nr.:		Tutor*in:	
Matr.nr. 1:			
Nach-,Vorname 1:		,	
Matr.nr. 2:			
Nach-,Vorname 2:		,	

Ausgabe: 16. Oktober 2019

Abgabe: 29. Oktober 2019, 12:30 Uhr
im GBI-Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig
- handschriftlich
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen: erreichte Punkte

Blatt 1: / 19

Aufgabe 1.1 (1 + 1 + 2 = 4 Punkte)
Es seien A, B und C drei endliche Mengen. Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Wenn A Element von B ist (d.h. $A \in B$), dann ist A auch Teilmenge von B ($A \subseteq B$).
b) Ist B nicht leer, so haben wir $|A \setminus B| < |A|$.
c) Aus $(2^A \cup 2^B) \subseteq 2^C$ folgt, dass $A \subseteq C$.

Aufgabe 1.2 (1 + 1 + 2 = 4 Punkte)
Es seien A und B endliche Mengen. Betrachten Sie für jede der folgenden Mengen C_i die maximale (bzw. minimale) Anzahl M_i (bzw. m_i) von Elementen, die C_i in Abhängigkeit von den Größen von A und B enthalten kann, d.h. es soll stets $m_i \leq |C_i| \leq M_i$ gelten. Geben Sie für jedes C_i Schranken an, die scharf sind, d.h. es soll tatsächlich $m_i = |C_i|$ bzw. $M_i = |C_i|$ für eine gewisse Wahl von A und B gelten. Nennen Sie anschließend jeweils konkrete Beispiele für A und B, sodass diese Gleichheiten zutreffen.

a) $C_1 = A \cup B$
b) $C_2 = A \cap B$
c) $C_3 = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Aufgabe 1.3 (1 + 1 + 2 = 4 Punkte)
Für eine Abbildung $f\colon A \to B$ und $C \subseteq A$ sei $f(C) = \{f(x) \mid x \in C\}$. Außerdem sei $G = \{x \in \mathbb{N}_0 \mid x \text{ ist durch 2 teilbar}\}$ die Menge aller geraden natürlichen Zahlen. Geben Sie $f_i(\mathbb{N}_0)$ und $f_i(G)$ für jede Abbildung $f_i\colon \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ an, wobei f_i für $i \in \{1,2,3\}$ und $x \in \mathbb{N}_0$ wie folgt festgelegt ist:

a) $f_1(x) = x + 1$
b) $f_2(x) = 2x$
c) $f_3(x) = \begin{cases} f_2(x), & x \in G \\ f_1(x), & x \notin G \end{cases}$

Hinweis. Sie müssen die jeweiligen Mengen präzise angeben. Für Angaben „mit Pünktchen“ (z.B. $G = \{0, 2, 4, \dots\}$) werden keine Punkte vergeben.

Aufgabe 1.4 (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)
Es seien A und B endliche Mengen. Geben Sie in Abhängigkeit von $|A|$ und $|B|$ die Anzahl Relationen $R \subseteq A \times B$, die folgende Eigenschaft haben:

a) R ist rechtseindeutig.
b) R ist rechtseindeutig aber nicht linkstotal.
c) R ist linkstotal oder nicht rechtseindeutig.

Tipp. Die Anzahl Abbildungen von A nach B ist gleich $|B^A| = |B|^{|A|}$.

Aufgabe 1.5 (1 Punkt)
In diesem Semester wird es 12 Aufgabenblätter geben. Es sei $B = \{i \in \mathbb{N}_+ \mid 1 \leq i \leq 12\}$. Für $i \in B$ sei M_i die maximal auf Aufgabenblatt i erreichbare Anzahl an Punkten und P_i die Anzahl an Punkten, die Sie am Ende des Semesters für Blatt i erreicht haben.

Geben Sie eine möglichst präzise hinreichende Bedingung dafür an, dass Sie den GBI-Übungsschein bekommen.