Grundbegriffe der Informatik — Aufgabenblatt 7

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium Nr.:	
Tutor*in:	

Ausgabe: 16. Dezember 2020

Abgabe: 12. Januar 2021, 12:00 Uhr
durch Hochladen in den Ilias-Kurs

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- handschriftlich erstellt sind und
- rechtzeitig
- mit dieser Seite als Deckblatt
- gescannt oder fotografiert mit allen Seiten in *einer* Pdf-Datei

ins Ilias-System hochgeladen werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 7:	/ 22
Blätter 7 – 7:	/ 22

Hinweis. Ab diesem Aufgabenblatt sind alle Lösungen einzeln (und nicht mehr in Zweiergruppen) abzugeben.

Aufgabe 7.1 (2 + 2 = 4 Punkte)
Es sei $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$. Zeigen Sie, dass die folgenden zwei Gleichungen für $L \subseteq A^*$ jeweils mindstens eine Lösung besitzen:

a) $L = \{\varepsilon\} \cup \{\mathtt{a}\}L\{\mathtt{b}\}$
b) $L = \{\varepsilon\} \cup L\{\mathtt{a}\}L\{\mathtt{a}\}L\{\mathtt{a}\}$

Wenn Sie eine Lösung für eine der Gleichungen angeben, dann müssen Sie auch zeigen, dass sie korrekt ist. Für die ledigliche Angabe einer Lösung werden keine Punkte vergeben.

Aufgabe 7.2 (1.5 + 1.5 + 2 = 5 Punkte)
Es sei die Grammatik $G = (N, T, S, P)$ mit $N = \{S, X\}$, $T = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, und

$$P = \{S \to \mathtt{a}S, X \to \mathtt{b}X\}$$

gegeben.

a) Geben Sie für jede der Produktionsmengen P_i (wobei $i \in \{1, 2, 3\}$) an, was die von der Grammatik $G_i = (N, T, S, P \cup P_i)$ erzeugten Sprache $L(G_i)$ ist:
   (i) $P_1 = \{S \to X\}$
   (ii) $P_2 = \{S \to X, X \to \varepsilon\}$
   (iii) $P_3 = \{S \to X\mathtt{b}, X \to \mathtt{b}\}$
b) Geben Sie eine Menge P' von höchstens 3 Produktionen (also $|P'| \leq 3$) an, sodass für die Grammatik $G' = (N, T, S, P \cup P')$ gilt: $L(G') = \{\mathtt{a}\}^+\{\mathtt{ba}\}\{\mathtt{b}\}^+$.
c) Zeigen oder widerlegen Sie: Es gibt eine Menge P'' von Produktionen, sodass für die Grammatik $G'' = (N, T, S, P \cup P'')$ gilt: $L(G'') = \{\mathtt{aa}, \mathtt{b}\}^*$.

Aufgabe 7.3 (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)
Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L_i (wobei $i \in \{1, 2, 3\}$) eine kontextfreie Grammatik $G_i = (N_i, T, S_i, P_i)$ mit $T = Z_3$ an, für die $L(G_i) = L_i$ gilt. Verwenden Sie dabei höchstens $i + 1$ Nichtterminalsymbole (also $|N_i| \leq i + 1$).

a) $L_1 = \{w \in Z_3^* \mid \mathrm{Num}_3(w) \ \mathbf{mod}\ 3 = 0\}$
b) $L_2 = \{w \in Z_3^* \mid (\mathrm{Num}_3(w) \ \mathbf{div}\ 9) \ \mathbf{mod}\ 3 = 2\}$
c) $L_3 = \{w \in Z_3^* \mid \mathrm{Num}_3(w) \ \mathbf{div}\ 9 > 0\}$

Aufgabe 7.4 (1.5 + 1.5 + (2 + 2) = 7 Punkte)
Es sei die Grammatik $G = (N, T, S, P)$ mit $N = \{S, X\}$, $T = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, und

$$P = \{S \to \mathtt{a}S\mathtt{a} \mid X, X \to X\mathtt{bb} \mid S \mid \varepsilon\}$$

gegeben.

a) Geben Sie jedes Wort $w \in L(G)$ an, für das $|w| \leq 4$ ist.
b) Zeichnen Sie den Ableitungsbaum zu einem Wort $w \in L(G)$ Ihrer Wahl, für das $|w| = 10$ ist.
c) Zeigen oder widerlegen Sie:
   (i) Es gibt einen Homomorphismus $h\colon T^* \to T^*$, sodass $h(T^*) = L(G)$ ist.
   (ii) Es gibt einen Homomorphismus $h\colon T^* \to T^*$, sodass $h(L(G)) = T^*$ ist.