Grundbegriffe der Informatik — Aufgabenblatt 10

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium Nr.:	Tutor*in:

Ausgabe: 14. Januar 2021, 12:00 Uhr

Abgabe: 21. Januar 2021, 12:30 Uhr
in dem Holzkasten neben Raum -119
im UG des Info-Gebäudes (50.34)

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- handschriftlich erstellt sind (Tablet-Ausdruck erlaubt) und
- mit dieser Seite als Deckblatt
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

rechtzeitig abgegeben werden.

Abgaberegeln für Teilnehmer der Online-Tutorien:

- handschriftlich erstellt (lesbare Fotos akzeptiert)
- **rechtzeitig**, mit diesem Deckblatt in **genau einer** PDF-Datei
- direkt an den entsprechenden Tutor abgeben.

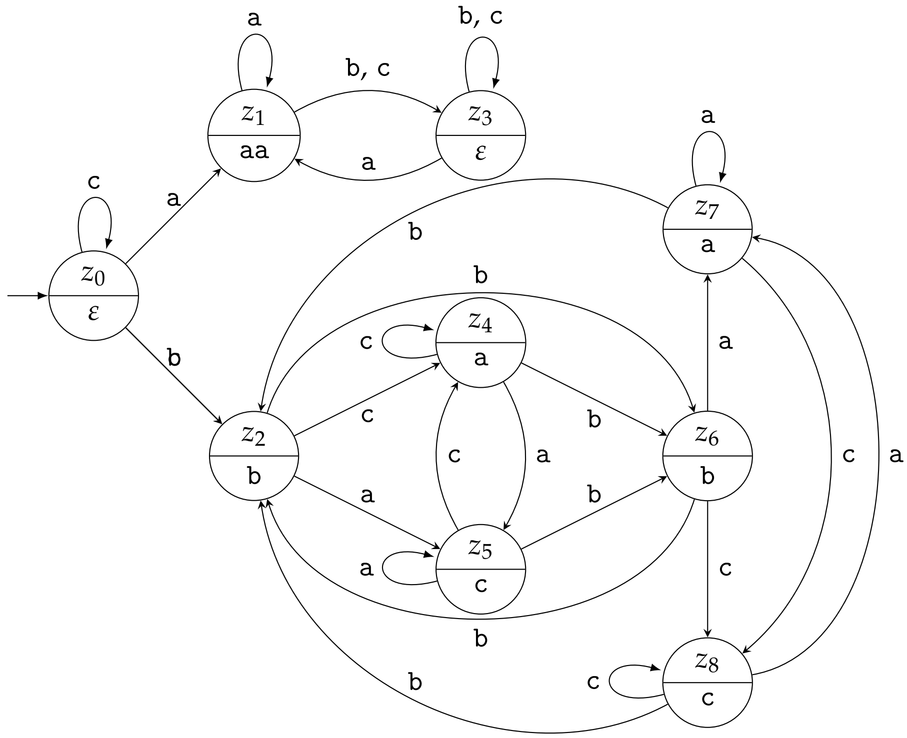
---

*Von Tutor*in auszufüllen:*

erreichte Punkte

Blatt 10:	/ 21
Blätter 7 – 10:	/ 86 [+3]

Aufgabe 10.1 (0,5 + 1 + 2 = 3,5 Punkte)
Gegeben Sei folgender Moore-Automate A_{fancy}:



a) Geben Sie $g_{**}(z_0, \texttt{abcabc})$ an.
b) Geben Sie $g_{**}(z_0, \texttt{babacaba})$ an.
c) Beschreiben Sie was A bei folgenden Eingabeworten w ausgibt. Beschreiben sie hierzu, wie A w verändert. Achten Sie auf eine verständliche Beschreibung.
Anmerkung: Verwenden Sie gerne natürliche Sprache.
  - $w = \texttt{a}w'$, $w' \in \{\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{c}\}^*$
  - $w = \texttt{b}w'$, $w' \in \{\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{c}\}^*$
  - $w = \texttt{c}w'$, $w' \in \{\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{c}\}^*$

Aufgabe 10.2 (1 + 4 + 1 = 6 Punkte)
Die teuflisch tückische *Mathemagierin* Theresa Trivial kann Automaten nicht leiden. Sie bevorzugt eindeutig rechtslineare Grammatiken. Heute prüft sie stellvertretend eine mündliche Nachprüfung im beliebten Modul „Gutes Beweisen in der Informatik“ und verlangt vom Prüfling zu beweisen, dass endliche Akzeptoren rechtslinearen Grammatiken *gleichwertig* sind.
Der Prüfling rezitiert selbstsicher folgenden Beweis:
Sei $G = (N, T, \texttt{S}, P)$ eine beliebige rechtslineare Grammatik. Es lässt sich ganz leicht ein endlicher Akzeptor $A = (Z, \texttt{S}, T, f, F)$ definieren, sodass $L(G) = L(A)$ gilt:
- $Z := N \cup \{z_{ja},\ z_{nein}\}$
- Eingabealphabet T
- Startzustand $\texttt{S}$
- $F := \{z_{ja}\}$

- $\forall z_i \in Z, x \in T$: $f(z_i, x) = \begin{cases} z_k & \text{,falls gilt: } \exists p = (z_i \to x z_k) \in P \\ z_{ja} & \text{,falls gilt: } \exists p = (z_i \to x) \in P \\ z_{nein} & \text{,falls keiner der oberen beiden Fälle gilt} \end{cases}$

a) Führen Sie die Konstruktion für die folgende Grammatik G durch und geben Sie den erzeugten endlichen Akzeptor A grafisch an. Gilt $L(G) = L(A)$?
$G = (\{\mathtt{S}, \mathtt{A}\},\ \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\},\ \mathtt{S},\ \{\mathtt{S} \to \mathtt{aA}|\mathtt{c},\ \mathtt{A} \to \mathtt{bS}|\mathtt{c}\})$

Theresa runzelt ungläubig die Stirn. „Was ist, wenn G eine Produktion enthält, bei der mehrere Terminalsymbole erzeugt werden? Wie z.b. ($\mathtt{S} \to \mathtt{ababA}$)?“
Der Prüfling bekommt Panik...

b) Wie kann die oben vorgestellte Konstruktion erweitert werden, sodass Produktionen, bei denen mehrere Terminalsymbole erzeugt werden, in A ebenfalls korrekt abgebildet werden? Beschreiben Sie die Ergänzung formal korrekt und zeichnen Sie als Beispiel das Resultat (ausschließlich) für die Produktion ($\mathtt{S} \to \mathtt{ababA}$). Gehen Sie dabei von $T = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ aus.

Nachdem der Prüfling mühsam seine Konstruktion ergänzt hat, fragt er zaghaft:
„Und, h... habe ich bestanden?“

c) Die Konstruktion des Prüflings ist leider auch nach der Ergänzung von Teilaufgabe b) nicht vollständig, bzw. korrekt. Geben Sie zwei weitere Unvollständigkeiten, bzw. Fehler an.

„Exmatricullus!“
Mit einem lässigen Schwung ihres Handgelenks zaubert Theresa den Prüfling (auf ewig) vom Campus, ehe seine erste Träne den Boden berührt.
*Anmerkung: Am KIT gibt es zwar (offiziell) keine teuflisch tückischen Prüfer*innen, dennoch sollten Sie mündliche Nachprüfungen möglichst vermeiden.*

Aufgabe 10.3 (2 + 1 + 0,5 + 1,5 = 5 Punkte)
In dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass es für jeden endlichen Akzeptor $A = (Z, z_0, X, f, F)$ eine rechtslineare Grammatik $G = (N, T, \mathtt{S}, P)$, mit $L(A) = L(G)$ gibt.

a) Geben Sie hierzu eine Konstruktionsvorschrift an, wie sie G abhängig von A erzeugen können, **ohne** dabei *die Allgemeinheit von A einzuschränken*, das heißt Ihre Konstruktion muss für beliebige A funktionieren.
b) Beweisen Sie, dass für durch Ihre Konstruktion (aus beliebigen A) erzeugte G gilt:
$\forall w \in X^* :\ w \in L(A) \to w \in L(G)$
Anmerkung: Ihre Konstruktion sollte diese Eigenschaft haben!
c) Was müssen Sie zusätzlich zum Beweis in Teilaufgabe b) noch zeigen, um die Korrektheit Ihrer Konstruktion vollständig zu beweisen?
d) Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion vollständig.

Aufgabe 10.4 (1,5 + 1 = 2,5 Punkte)
Für beliebige $n \in \mathbb{N}_0$, sei $L_n := \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^n\}$.

a) Geben Sie ein Schema an, um einen endlichen Akzeptor A_n^{akz}, mit $L(A_n^{akz}) = L_n$ für beliebige $n \in \mathbb{N}_0$ zu konstruieren.

b) Ist es möglich, einen endlichen Akzeptor A_{ab^n}, mit $L(A_{ab^n}) = \{(ab)^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ zu konstruieren?
   - Falls ja: Zeichnen sie A_{ab^n}.
   - Falls nein: Begründen Sie, wieso dies nicht geht.

Aufgabe 10.5 (2,5 + 1,5 = 4 Punkte)
Sei $L_{anti} = \{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \mid w$ enthält das Teilwort „acab"$\}$
Sei ferner $L^c_{anti} = \{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \mid w \notin L_{anti}\}$

a) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der entweder genau L_{anti} oder genau L^c_{anti} erzeugt. Geben Sie für die andere Sprache einen endlichen Akzeptor an, der genau die Sprache akzeptiert.
Anmerkung: Es wird höchstens je ein Akzeptor, bzw. regulärer Ausdruck gewertet!

b) Sei X ein beliebiges Alphabet. Zu einem $w \in X^*$ sei
$L_w = \{u \in X^* \mid$ u enthält das Teilwort $w\}$.
Ist L_w stets eine reguläre Sprache? Beweisen Sie.