Grundbegriffe der Informatik — Aufgabenblatt 1

Tutorium Nr.:		Tutor*in:	

Matr.nr. 1:			
Nach-,Vorname 1:		,	
Matr.nr. 2:			
Nach-,Vorname 2:		,	

Ausgabe:	Freitag, 28.10.2022, 12:00 Uhr
Abgabe:	Freitag, 04.11.2022, 12:30 Uhr in dem Holzkasten neben Raum -119 im UG des Info-Gebäudes (50.34)

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- handschriftlich erstellt sind (Tablet-Ausdruck erlaubt) und
- mit dieser Seite als Deckblatt
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

rechtzeitig abgegeben werden.

Abgaberegeln für Teilnehmer der Tutorien mit Online-Abgabe:

- handschriftlich erstellt (Scans und lesbare Fotos akzeptiert)
- **rechtzeitig**, mit diesem Deckblatt in **genau einer** PDF-Datei
- in ILIAS unter "Tutorien" im Ordner des richtigen Tutoriums abgeben.

---

*Von Tutor*in auszufüllen:* erreichte Punkte

Blatt 1:	/ 21	Blätter 1 – 1, Stud. 1:	/ 21
		Blätter 1 – 1, Stud. 2:	/ 21

Aufgabe 1.1 (2 + 2 + 1 + 1 = 6 Punkte)
Seien A, B und C beliebige Mengen. Zeigen oder widerlegen Sie:

a) $A \cup B = A$ genau dann, wenn $B \subseteq A$.
b) Wenn $C \in (2^A \cap 2^B)$, dann $C \subseteq A$.
c) Wenn $|B| \geq 2$, dann $|A \times B| \geq |B|$.
d) Für digitalen Signale bildet die Menge $\{0, 1\}$ ein Alphabet und für analoge Signale ist die Menge aller möglichen Spannungen zwischen 0V und 5V ein Alphabet.

Aufgabe 1.2 (1 + 1 + 1 + 1 = 4 Punkte)
Sei $R = \{(\alpha, \beta) \in (\mathbb{N}_+ \setminus \{1\})^2 \mid \alpha \neq \beta \text{ und } \exists n \in \mathbb{N}_+ : n\beta = \alpha\}$ eine Relation. Welche der folgenden Eigenschaften hat R? Zeigen oder widerlegen Sie:

a) linkstotal
b) linkseindeutig
c) rechtstotal
d) rechtseindeutig

Aufgabe 1.3 (2 + 1 + 1 = 4 Punkte)
Seien $n, m \in \mathbb{N}_+$ und $\mathbb{N}_\alpha = \{x \in \mathbb{N}_0 \mid x < \alpha\}$ für $\alpha \in \mathbb{N}_+$.

a) Konstruieren Sie eine Funktion $f \colon \mathbb{N}_n \to \mathbb{N}_m$ mit allen folgenden Eigenschaften:
   - Wenn $|\mathbb{N}_n| < |\mathbb{N}_m|$, dann ist f injektiv.
   - Wenn $|\mathbb{N}_n| > |\mathbb{N}_m|$, dann ist f surjektiv.
   - Wenn $|\mathbb{N}_n| = |\mathbb{N}_m|$, dann ist f bijektiv.
b) Beweisen Sie, dass f injektiv ist, wenn $n < m$.
c) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung für n und m an, bei der f surjektiv ist.

Aufgabe 1.4 (2 + 2 = 4 Punkte)
Anmerkung: Für diese Aufgabe werden keine formalen Beweise verlangt!
Sei $R \subseteq A \times B$ eine Relation. Ziel in dieser Aufgabe ist es, R als eine Funktion f_R in einen anderen Zielbereich zu interpretieren, in dem Sinne dass $(a, b) \in R$ genau dann, wenn $b \in f_R(a)$ gilt (für alle $a \in A$, $b \in B$).

a) Geben Sie den Zielwertbereich C_R der Funktion $f_R : A \to C_R$ an und geben Sie eine Definition von f_R an.
b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung für R an, dass f injektiv ist.

Aufgabe 1.5 (1 + 1 + 1 = 3 Punkte)
Sei $B = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid 1 \leq a \leq 8 \text{ und } 1 \leq b \leq 8\}$ die Formalisierung eines Schachbrettes. Das schwarze Feld „a1“ hat die Koordinaten $(1, 1)$ und das weiße Feld „b1“ die Koordinaten $(2, 1)$.

a) Geben Sie die Menge $R \subseteq B \times B$ an, die genau alle möglichen Springerzüge enthält, ohne diese erschöpfend aufzuzählen.
b) Geben Sie die Menge $S \subseteq B$ aller schwarzen Felder an, ohne diese erschöpfend aufzuzählen.
c) Geben Sie die Menge alle Springerzüge, die auf einem schwarzen Feld starten, als Mengenausdruck an, ohne Klassentermschreibweise (“set comprehension”) zu verwenden.

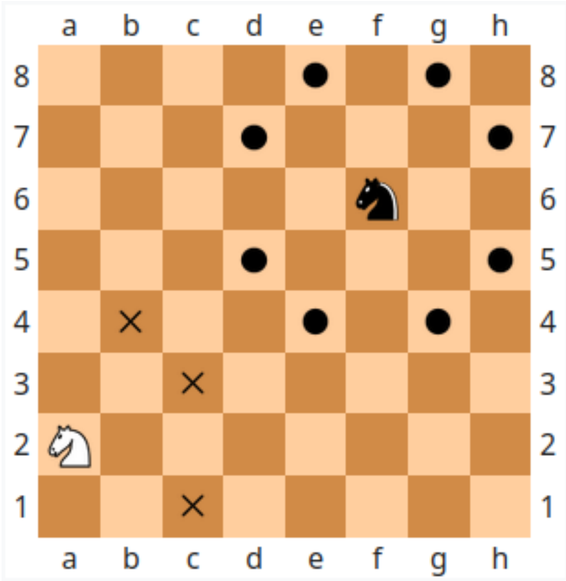

Abbildung 1: Die erlaubten Züge des Springers auf a2 sind mit einem Kreuz, und die des Springers auf f6 mit einem Kreis markiert (Bildquelle: Wikipedia)