

Grundbegriffe der Informatik — Aufgabenblatt 12

Matr.nr.:

Nachname:

Vorname:

Tutorium Nr.: Tutor*in:

Ausgabe: Freitag, 03.02.2023, 14:30 Uhr

Abgabe: Freitag, 10.02.2023, 12:30 Uhr
Online, oder in einem Briefkasten mit der Aufschrift GBI
im UG des Info-Gebäudes (50.34)

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- handschriftlich erstellt sind (Tablet-Ausdruck erlaubt) und
- mit dieser Seite als Deckblatt
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet **rechtzeitig** abgegeben werden.

Abgaberegeln für Teilnehmer der Tutorien mit Online-Abgabe:

- handschriftlich erstellt (Scans und lesbare Fotos akzeptiert)
- **rechtzeitig**, mit diesem Deckblatt in **genau einer** PDF-Datei
- in ILIAS unter "Tutorien" im Ordner des richtigen Tutoriums abgeben.

*Von Tutor*in auszufüllen:*

erreichte Punkte

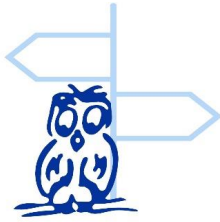
Blatt 12: / 22 (+2)

Blätter 7 – 12: / 122 (+6)

Blätter 1 – 12: / 248 (+6)

Orientierungsveranstaltung – Mit Schwung ins zweite Semester

Du bist gerade im ersten Semester Mathematik oder Informatik und willst Tipps zu der kommenden Prüfungsphase und dem zweiten Semester? Dann komm einfach zur Orientierungsveranstaltung der Fachschaft Mathe/Info am



14.02. um 17:30 Uhr in Raum -101 (Info) und -102 (Mathe) im Infobau (50.34).

Dort beantworten wir Fragen wie:

Wie bereite ich mich auf Klausuren vor? Was mache ich, wenn ich eine Klausur/einen Übungsschein nicht bestanden habe? Was mache im zweiten Semester? Welche Möglichkeiten zur Unterstützung gibt es?

Außerdem sind viele Fachschaftler anwesend, die dir weitere Fragen persönlich beantworten können.

Wir freuen uns auf dich!

Aufgabe 12.1 (1+2+3+3+3 = 12 Punkte)

In dieser Aufgabe geht es um die Stärken und Schwächen von endlichen Akzeptoren im Vergleich zu regulären Ausdrücken. Über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ betrachten wir dazu die formalen Sprachen

$$L_1 = \{ab\}^*$$

$$L_2 = \{w \in A^* \mid N_a(w) \bmod 2 = 1\}.$$

- Geben Sie reguläre Ausdrücke R_1, R_2 an, sodass $L_1 = L(R_1)$ und $L_2 = L(R_2)$.
- Konstruieren Sie endliche Akzeptoren $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$, sodass $L_1 = L(\mathcal{A}_1)$ und $L_2 = L(\mathcal{A}_2)$.
- Es sei $L_3 = L_1 \cup L_2$.
 - Geben Sie einen regulären Ausdruck für R_3 an, sodass $L_3 = L(R_3)$.
 - Konstruieren Sie einen endlichen Akzeptor \mathcal{A}_3 , sodass $L_3 = L(\mathcal{A}_3)$.
- Es sei $L_4 = L_1 \cap L_2$.
 - Geben Sie einen regulären Ausdruck für R_4 an, sodass $L_4 = L(R_4)$.
 - Konstruieren Sie einen endlichen Akzeptor \mathcal{A}_4 , sodass $L_4 = L(\mathcal{A}_4)$.
- Wir nennen $L_5 = A^* \setminus L_1$ das Komplement von L_1 .
 - Geben Sie einen regulären Ausdruck für R_5 an, sodass $L_5 = L(R_5)$.
 - Konstruieren Sie einen endlichen Akzeptor \mathcal{A}_5 , sodass $L_5 = L(\mathcal{A}_5)$.

Aufgabe 12.2 (2+4 = 6 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie bereits Moore-Automaten kennengelernt. Ein Moore-Automat ist ein Tupel $\mathcal{A} = (Z, z_0, X, f_{\mathcal{A}}, Y, g)$, wobei die Ausgabefunktion $g : Z \rightarrow Y^*$ für jeden Zustand die Ausgabe festlegt.

Neben Moore-Automaten gibt es auch *Mealy-Automaten*, die Tupel der Form $\mathcal{B} = (Q, q_0, X, f_{\mathcal{B}}, Y, h)$ sind. Mealy- und Moore-Automaten unterscheiden sich nur in der Natur der Ausgabefunktion g bzw. h :

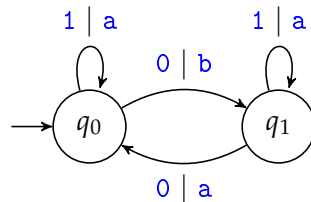
Die Ausgabefunktion $h : Q \times X \rightarrow Y^*$ eines Mealy-Automaten legt für jeden *Zustandsübergang* eine Ausgabe fest.

Wir nennen einen Moore-Automaten $\mathcal{A} = (Z, z_0, X, f_{\mathcal{A}}, Y, g)$ und einen Mealy-Automaten $\mathcal{B} = (Q, q_0, X, f_{\mathcal{B}}, Y, h)$ äquivalent, wenn sie für jedes Eingabewort (positiver Länge) dieselbe Ausgabe erzeugen. \mathcal{A} und \mathcal{B} sind also genau dann äquivalent, wenn

$$\forall w \in X^+ : g_{**}(z_0, w) = h_{**}(q_0, w) .$$

Zu jedem Mealy-Automaten gibt es einen äquivalenten Moore-Automaten und umgekehrt. In dieser Aufgabe wollen wir zumindest die erste Richtung zeigen.

- a) Betrachten Sie den Mealy-Automaten $\mathcal{B}_1 = (Q, q_0, \{0, 1\}, f_1, \{a, b\}, h_1)$ mit Zustandsüberföhrungsfunktion f_1 und Ausgabefunktion h_1 gegeben durch



Geben Sie einen zu \mathcal{B}_1 äquivalenten Moore-Automaten \mathcal{A}_1 an.

- b) Jetzt wollen wir den allgemeinen Fall betrachten. Sei $\mathcal{B} = (Q, q_0, X, f_{\mathcal{B}}, Y, h)$ ein Mealy-Automat. Konstruieren Sie einen Moore-Automaten $\mathcal{A} = (Z, z_0, X, f_{\mathcal{A}}, Y, g)$, sodass \mathcal{A} und \mathcal{B} äquivalent sind.

Hinweis: In einem möglichen Konstruktionsverfahren für die Lösung korrespondiert ein Zustand des Mealy-Automaten $q \in Q$ möglicherweise mit mehreren Zuständen in $z \in Z$ des Moore-Automaten \mathcal{A} . Wie unterscheiden sich diese dann?

Aufgabe 12.3 (2 + 2 (+2 Bonus¹) = 4 (+2) Punkte)

- a) Berechnen Sie eine Huffman-Codierung basierend auf den folgenden Zeichen mit ihren Häufigkeiten in einem Text.

u	e	f	g	i	l	o	r	v
1	90	16	30	75	34	25	70	6

In dieser Aufgabe fordern wir die Einhaltung einer zusätzlichen Bedingung an den zugehörigen Huffman-Baum: Werden bei der Konstruktion des Huffman-Baums zwei Knoten verschmolzen, so wird die Kante, die zum Knoten mit kleinerer Häufigkeit führt mit 0 und die Kante, die zum Knoten mit größerer Häufigkeit führt mit 1 beschriftet.

¹Die Punkte dieser Teilaufgabe zählen nicht zur Gesamtpunktzahl, die über das Bestehen des Übungs-scheines entscheidet.

b) Erstellen Sie einen Moore-Automaten (Z, z_0, Z_2, f, Y, h) , sodass $h_{**}(z_0, w)$ beliebige Bitfolgen w aus der zuvor berechneten Huffman-Codierung dekodiert.

Hinweis: Für Teilaufgabe a) haben Sie einen Graphen erstellt. Hilft dieser Ihnen bei der Beantwortung von Teilaufgabe b)?

c) Gegeben seien die Wörter

$$w_1 = 1100 \ 0101 \ 1011$$

$$w_2 = 1111 \ 0000 \ 1000$$

$$w_3 = w_1 \cdot w_2 \cdot 11001 \ 1101 \ 1111 \ 1110 .$$

Geben Sie $h_*(z_0, w_1)$, $h_*(f_*(z_0, w_1), w_2)$ und $\zeta = h_{**}(z_0, w_3)$ an.

Wir wünschen Ihnen ζ für die Klausur! :-)