



## Formale Systeme, WS 2008/2009

### Übungsblatt 1

Dieses Übungsblattes wird in der Übung am 31.10.2008 besprochen.

#### Aufgabe 1

Überprüfen Sie, ob folgende Formeln Tautologien sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a)  $A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$                       (b)  $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow B$   
(c)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$                       (d)  $(A \wedge \neg A \rightarrow B) \wedge C$

#### Aufgabe 2

Gegeben sei die Formel

$$A = (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) .$$

Zeigen Sie, dass die Normalformen

$$\begin{aligned} A' &= (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \\ A'' &= (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (Q \wedge R) \end{aligned}$$

äquivalent zu  $A$  sind.

#### Aufgabe 3

Gegeben sei die Formel

$$F = (A \wedge (B \vee \neg C)) \rightarrow D$$

und die Ordnung  $A < B < C < D$  auf den aussagenlogischen Variablen.

- (a) Erstellen Sie einen reduzierten Shannongraphen (BDD) für  $F$ .  
(b) Geben Sie eine normierte *sh*-Formel an, die äquivalent ist zu  $F$ .

#### Aufgabe 4

Geben Sie eine normierte *sh*-Formel an, die äquivalent ist zu der *sh*-Formel

$$sh(P_3, P_2, P_1)$$

und die Ordnung  $P_1 < P_2 < P_3$  auf den aussagenlogischen Variablen respektiert.

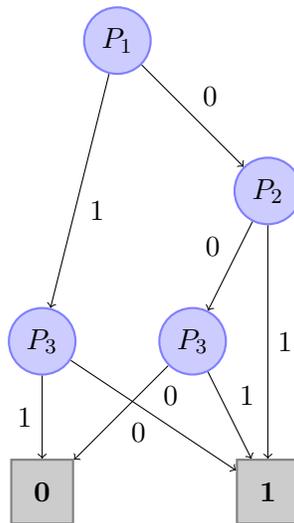


Abbildung 1: Shannon-Graph zu Aufgabe 5

### Aufgabe 5

Geben Sie zu dem in Abbildung 1 dargestellten Shannongraphen je eine äquivalente aussagenlogische Formel in

- (a) disjunktiver Normalform und
- (b) konjunktiver Normalform an.

### Aufgabe 6

Gegeben sei für  $n \in \mathbb{N}$  die **Paritätsfunktion**<sup>1</sup>  $f_n : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$  durch

$$f_n(P_1, P_2, \dots, P_n) = \begin{cases} 1 & \text{falls die Summe } P_1 + \dots + P_n \text{ ungerade ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie einen reduzierten Shannongraphen für die Funktion  $f_4$  an.

---

<sup>1</sup>Streng genommen müsste diese Funktion auf der Menge  $\{F, W\}$  operieren, aber die Formulierbarkeit als Summe legt diese etwas andere Schreibweise nahe.