

Formale Systeme, WS 2008/2009

Lösungen zum Übungsblatt 12

Dieses Blatt wurde in der Übung am 13.02.09 besprochen.

Zu Aufgabe 1

Im Folgenden wird der Operator \mathbf{V} verwendet, wie er in der Vorlesung der Vorlesung definiert wurde. Dieser Operator wird bisweilen auch **Release-Operator** genannt, weil die Semantik von $A \mathbf{V} B$ gerade ist, dass B gelten muss, bis A gilt, also $A \mathbf{V} B$ löst ("A releases B").

Dies taugt als Merkhilfe.

- (a) Diese Aussage gilt nicht in allen ω -Strukturen.

Gegenbeispiel:

$$\xi(0) = \{A\}, \quad \xi(1) = \{B\}, \quad \xi(2) = \{C\}$$

Dann gilt:

$$\xi \models (A \vee B) \mathbf{U} C \text{ aber weder } \xi \models A \mathbf{U} C \text{ noch } \xi \models B \mathbf{U} C$$

- (b) + (c) gilt.

Sei ξ beliebige ω -Struktur, dann gilt:

$$\xi \models A \mathbf{V} (B \wedge C) \quad \text{gdw.} \quad \text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt: } \xi_n \models B \wedge C \text{ oder es existiert ein } k \in \mathbb{N}, k < n \text{ mit } \xi_k \models A.$$

$$\text{gdw.} \quad \text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt: } (\xi_n \models B \text{ und } \xi_n \models C) \text{ oder es existiert ein } k \in \mathbb{N}, k < n \text{ mit } \xi_k \models A.$$

$$\text{gdw.} \quad \text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt: } (\xi \models B \text{ und es existiert ein } k \in \mathbb{N}, k < n \text{ mit } \xi_k \models A) \text{ oder } (\xi \models C \text{ und es existiert ein } k \in \mathbb{N}, k < n \text{ mit } \xi_k \models A).$$

$$\text{gdw.} \quad (\text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt: } \xi \models B \text{ und es existiert ein } k \in \mathbb{N}, k < n \text{ mit } \xi_k \models A), \text{ oder } (\text{für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt: } \xi \models C \text{ und es existiert ein } k \in \mathbb{N}, k < n \text{ mit } \xi_k \models A).$$

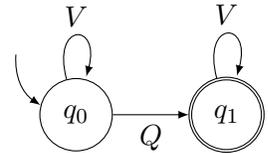
$$\text{gdw.} \quad \xi \models (A \mathbf{V} B) \wedge (A \mathbf{V} C)$$

Zu Aufgabe 2

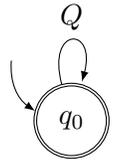
Wir verwenden hier die Mengenschreibweise vom Übungsblatt:

$$\begin{aligned} V &= \{\emptyset, \{p\}, \{q\}, \{p, q\}\} \\ P &= \{\{p\}, \{p, q\}\} \\ Q &= \{\{q\}, \{p, q\}\} \\ PQ &= \{\{p, q\}\} \end{aligned}$$

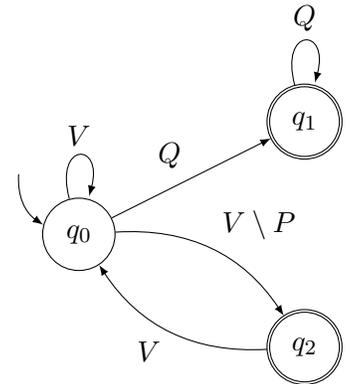
(a) Beobachtung: $\diamond(p \mathbf{U} q)$ ist äquivalent zu $\diamond q$



(b) Beobachtung: $\Box(p \mathbf{V} q)$ ist äquivalent zu $\Box q$



(c) Beobachtung: φ_c ist erfüllt, wenn q ab einem Zeitpunkt immer gilt, oder wenn $\neg p$ unendlich oft gilt.



Zu Aufgabe 3

$$\psi = \mathbf{X}(p \mathbf{U} (q \mathbf{U} (p \wedge q)))$$