Vorlesung

Logik für Informatiker

7. Aussagenlogik

– Analytische Tableaus –

Bernhard Beckert

Universität Koblenz-Landau

Sommersemester 2006

Der aussagenlogische Tableaukalkül

Wesentliche Eigenschaften

- **Widerlegungskalkül: Testet auf Unerfüllbarkeit**

Der aussagenlogische Tableaukalkül

Wesentliche Eigenschaften

- **Widerlegungskalkül: Testet auf Unerfüllbarkeit**
- **Beweis durch Fallunterscheidung**

Der aussagenlogische Tableaukalkül

Wesentliche Eigenschaften

- **Widerlegungskalkül: Testet auf Unerfüllbarkeit**
- **Beweis durch Fallunterscheidung**
- **Top-down-Analyse der gegebenen Formeln**

Der aussagenlogische Tableaukalkül

Vorteile

- **Intuitiver als Resolution**

Der aussagenlogische Tableaukalkül

Vorteile

- **Intuitiver als Resolution**
- **Formeln müssen nicht in Normalform sein**

Der aussagenlogische Tableaukalkül

Vorteile

- Intuitiver als Resolution
- Formeln müssen nicht in Normalform sein
- Falls Formelmenge erfüllbar ist (Test schlägt fehl), wird ein Gegenbeispiel (eine erfüllende Interpretation) konstruiert

Der aussagenlogische Tableaukalkül

Vorteile

- Intuitiver als Resolution
- Formeln müssen nicht in Normalform sein
- Falls Formelmenge erfüllbar ist (Test schlägt fehl), wird ein Gegenbeispiel (eine erfüllende Interpretation) konstruiert

Nachteil

- Mehr als eine Regel

Kleine Deutsch- und Englischsstunde

Deutsch

das	**Tableau**	
des	**Tableau<u>s</u>**	**(Gen.)**
die	**Tableau<u>s</u>**	**(pl.)**

Kleine Deutsch- und Englischsstunde

Deutsch

das	Tableau	
des	Tableau<u>s</u>	(Gen.)
die	Tableau<u>s</u>	(pl.)
der	Tableaukalkül	(*nicht* das)

Kleine Deutsch- und Englischsstunde

Deutsch

das	Tableau	
des	Tableau<u>s</u>	(Gen.)
die	Tableau<u>s</u>	(pl.)
der	Tableaukalkül	(*nicht* das)

Englisch

the	tableau	(sing.)
the	tableaux	(pl.)
the	tableau calculus	

Zur Erinnerung: Uniforme Notation

Konjunktive Formeln: Typ α

- $\neg\neg A$
- $A \wedge B$
- $\neg(A \vee B)$
- $\neg(A \rightarrow B)$

Zur Erinnerung: Uniforme Notation

Konjunktive Formeln: Typ α

- $\neg\neg A$
- $A \wedge B$
- $\neg(A \vee B)$
- $\neg(A \longrightarrow B)$

Disjunktive Formeln: Typ β

- $\neg(A \wedge B)$
- $A \vee B$
- $A \longrightarrow B$

Zur Erinnerung: Uniforme Notation

Zuordnungsregeln Formeln / Unterformeln

α	α_1	α_2
$A \wedge B$	A	B
$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$
$\neg(A \rightarrow B)$	A	$\neg B$
$\neg\neg A$	A	A

Zur Erinnerung: Uniforme Notation

Zuordnungsregeln Formeln / Unterformeln

α	α_1	α_2
$A \wedge B$	A	B
$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$
$\neg(A \rightarrow B)$	A	$\neg B$
$\neg\neg A$	A	A

β	β_1	β_2
$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg B$
$A \vee B$	A	B
$A \rightarrow B$	$\neg A$	B

Regeln des (aussagenlogischen) Tableaukalküls

$$\frac{\alpha}{\begin{array}{c}\alpha_1\\ \alpha_2\end{array}}$$

konjunktiv

$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ | \\ p \\ | \\ q \end{array}$$

Regeln des (aussagenlogischen) Tableaukalküls

$$\frac{\alpha}{\begin{array}{c}\alpha_1\\ \alpha_2\end{array}}$$

konjunktiv

$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ | \\ p \\ | \\ q \end{array}$$

$$\frac{\beta}{\beta_1 \mid \beta_2}$$

disjunktiv

$$\begin{array}{ccc} & p \vee q & \\ / & & \backslash \\ p & & q \end{array}$$

Regeln des (aussagenlogischen) Tableaukalküls

$$\frac{\alpha}{\begin{array}{c}\alpha_1\\ \alpha_2\end{array}}$$

konjunktiv

$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ | \\ p \\ | \\ q \end{array}$$

$$\frac{\beta}{\beta_1 \mid \beta_2}$$

disjunktiv

$$\begin{array}{ccc} & p \vee q & \\ / & & \backslash \\ p & & q \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\phi\\ \neg\phi\end{array}}{*}$$

Widerspruch

$$\begin{array}{c} \phi \\ | \\ \neg\phi \\ | \\ * \end{array}$$

Instanzen der α- und β-Regel

Instanzen der α-Regel

$$\frac{P \wedge Q}{\begin{array}{c} P \\ Q \end{array}} \qquad \frac{\neg(P \vee Q)}{\begin{array}{c} \neg P \\ \neg Q \end{array}} \qquad \frac{\neg(P \longrightarrow Q)}{\begin{array}{c} P \\ \neg Q \end{array}} \qquad \frac{\neg\neg P}{P}$$

Instanzen der α- und β-Regel

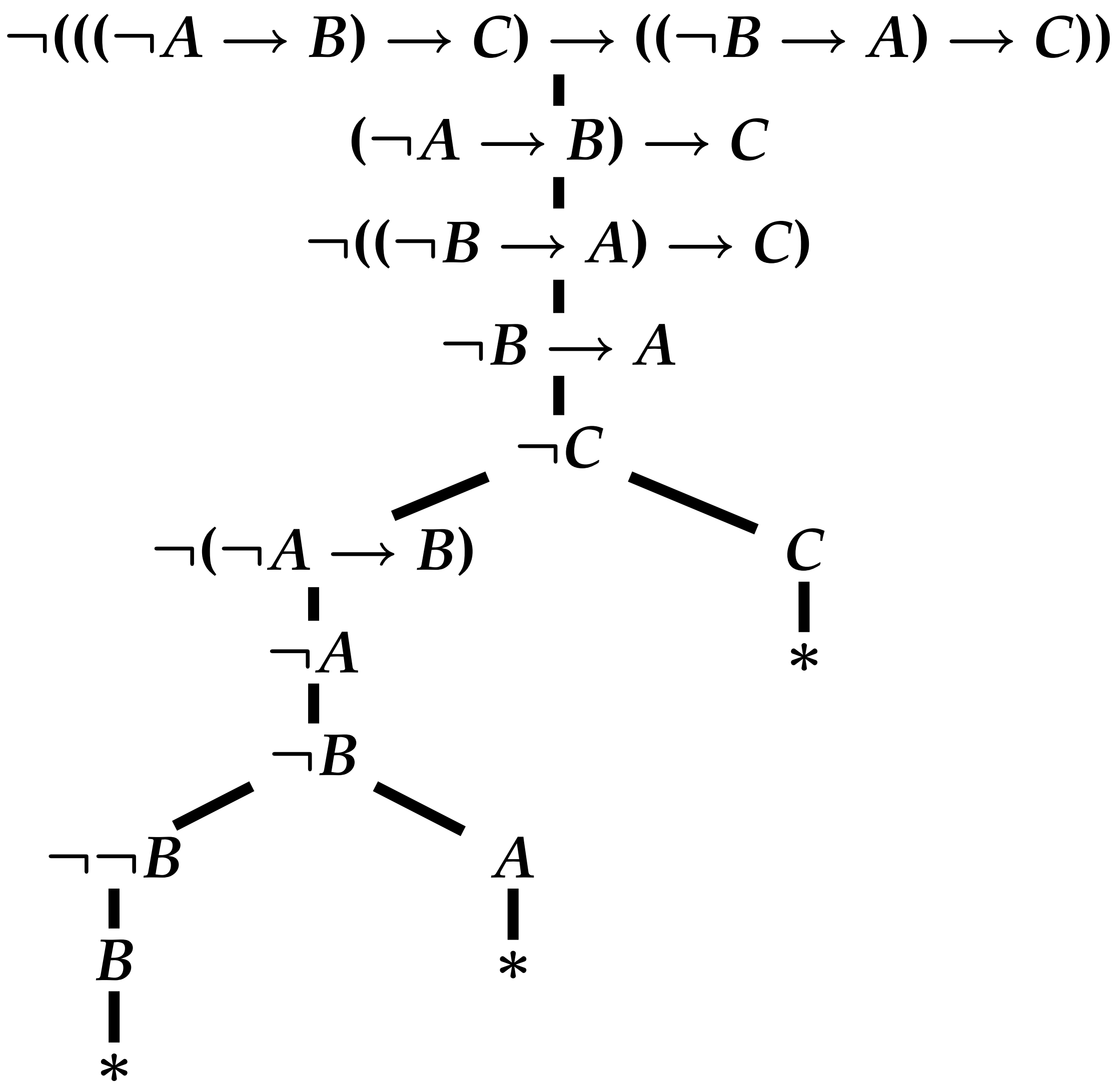
Instanzen der α-Regel

$$\frac{P \land Q}{\begin{array}{c} P \\ Q \end{array}} \qquad \frac{\neg(P \lor Q)}{\begin{array}{c} \neg P \\ \neg Q \end{array}} \qquad \frac{\neg(P \rightarrow Q)}{\begin{array}{c} P \\ \neg Q \end{array}} \qquad \frac{\neg\neg P}{P}$$

Instanzen der β-Regel

$$\frac{P \lor Q}{P \mid Q} \qquad \frac{\neg(P \land Q)}{\neg P \mid \neg Q} \qquad \frac{P \rightarrow Q}{\neg P \mid Q}$$

Beispiel


$\neg(((\neg A \longrightarrow B) \longrightarrow C) \longrightarrow ((\neg B \longrightarrow A) \longrightarrow C))$
$(\neg A \longrightarrow B) \longrightarrow C$
$\neg((\neg B \longrightarrow A) \longrightarrow C)$
$\neg B \longrightarrow A$
$\neg C$
$\neg(\neg A \longrightarrow B)$
C
$*$
$\neg A$
$\neg B$
$\neg\neg B$
A
B
$*$
$*$