

Vorlesung

Logik für Informatiker

9. Prädikatenlogik

– Syntax und Semantik der Prädikatenlogik –

Bernhard Beckert



Universität Koblenz-Landau

Sommersemester 2006

Syntax der Prädikatenlogik: Logische Zeichen

Wie in der Aussagenlogik

- 1** Symbol für den Wahrheitswert „wahr“
- 0** Symbol für den Wahrheitswert „falsch“
- \neg** Negationssymbol („nicht“)
- \wedge** Konjunktionssymbol („und“)
- \vee** Disjunktionssymbol („oder“)
- \rightarrow** Implikationssymbol („wenn ... dann“)
- \leftrightarrow** Symbol für Äquivalenz („genau dann, wenn“)
- ()** die beiden Klammern

Syntax der Prädikatenlogik: Logische Zeichen

Wie in der Aussagenlogik

- 1** Symbol für den Wahrheitswert „wahr“
- 0** Symbol für den Wahrheitswert „falsch“
- \neg Negationssymbol („nicht“)
- \wedge Konjunktionssymbol („und“)
- \vee Disjunktionssymbol („oder“)
- \rightarrow Implikationssymbol („wenn ... dann“)
- \leftrightarrow Symbol für Äquivalenz („genau dann, wenn“)
- ()** die beiden Klammern

Quantoren

- \forall Allquantor („für alle“)
- \exists Existenzquantor („es gibt“)

Syntax der Prädikatenlogik: Vokabular

Definition: Variablenmenge Var

Abzählbare Menge von Variablensymbolen

z.B.: x, y, a, b, \dots

Syntax der Prädikatenlogik: Vokabular

Definition: Variablenmenge Var

Abzählbare Menge von Variablensymbolen

z.B.: x, y, a, b, \dots

Definition: Prädikatenlogische Signatur Σ

Paar $\Sigma = \langle P, F \rangle$ mit

Syntax der Prädikatenlogik: Vokabular

Definition: Variablenmenge Var

Abzählbare Menge von Variablensymbolen

z.B.: x, y, a, b, \dots

Definition: Prädikatenlogische Signatur Σ

Paar $\Sigma = \langle P, F \rangle$ mit

P : Prädikatensymbole **z.B.** $bruderVon, >, =, \dots$

F : Funktionssymbole **z.B.** $2, koblenz, c, sqrt, leftLegOf, \dots$

Syntax der Prädikatenlogik: Vokabular

Definition: Variablenmenge Var

Abzählbare Menge von Variablensymbolen

z.B.: x, y, a, b, \dots

Definition: Prädikatenlogische Signatur Σ

Paar $\Sigma = \langle P, F \rangle$ mit

P : Prädikatensymbole **z.B.** $bruderVon, >, =, \dots$

F : Funktionssymbole **z.B.** $2, koblenz, c, sqrt, leftLegOf, \dots$

Bemerkung

Das **Gleichheitsprädikat** kann enthalten sein

Es wird infix notiert

Syntax der Prädikatenlogik: Vokabular

Bemerkung

Funktions- und Prädikatensymbole haben ein Stelligkeit $n \geq 0$

Syntax der Prädikatenlogik: Vokabular

Bemerkung

Funktions- und Prädikatensymbole haben ein Stelligkeit $n \geq 0$

Definition: Konstante

Funktionssymbole mit Stelligkeit $n = 0$ heißen Konstante

z.B. 2 , *koblenz*, c

Syntax der Prädikatenlogik: Terme

- $\Sigma = \langle P, F \rangle$ eine prädikatenlogische Signatur
- Var eine Menge von Variablen

Definition: Menge $Term_{\Sigma}$ der Terme über Σ

Syntax der Prädikatenlogik: Terme

- $\Sigma = \langle P, F \rangle$ eine prädikatenlogische Signatur
- Var eine Menge von Variablen

Definition: Menge $Term_\Sigma$ der Terme über Σ

Die kleinste Menge mit:

- $Var \subseteq Term_\Sigma$
- Wenn
 - $f \in F$
 - n die Stelligkeit von f
 - $t_1, \dots, t_n \in Term_\Sigma$

dann

$$f(t_1, \dots, t_n) \in Term_\Sigma$$

Syntax der Prädikatenlogik: Terme

Bemerkungen

- (Insbesondere) alle Konstanten in $Term_{\Sigma}$

Syntax der Prädikatenlogik: Terme

Bemerkungen

- (Insbesondere) alle Konstanten in $Term_{\Sigma}$
- Terme bezeichnen Elemente

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

- $\Sigma = \langle P, F \rangle$ eine prädikatenlogische Signatur
- Var eine Menge von Variablen

Definition: Menge $Atom_{\Sigma}$ der Atome über Σ

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

- $\Sigma = \langle P, F \rangle$ eine prädikatenlogische Signatur
- Var eine Menge von Variablen

Definition: Menge $Atom_\Sigma$ der Atome über Σ

Wenn

- $p \in P$
- n die Stelligkeit von p
- $t_1, \dots, t_n \in Term_\Sigma$

dann

$$p(t_1, \dots, t_n) \in Atom_\Sigma$$

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

- $\Sigma = \langle P, F \rangle$ eine prädikatenlogische Signatur
- Var eine Menge von Variablen

Definition: Menge $Atom_\Sigma$ der Atome über Σ

Wenn

- $p \in P$
- n die Stelligkeit von p
- $t_1, \dots, t_n \in Term_\Sigma$

dann

$$p(t_1, \dots, t_n) \in Atom_\Sigma$$

Bemerkung Atome haben Wahrheitswerte (im Unterschied zu Termen)

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln


Beispiele

bruder (kingJohn, richardTheLionheart)

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

Beispiele

bruder (*kingJohn*, *richardTheLionheart*)

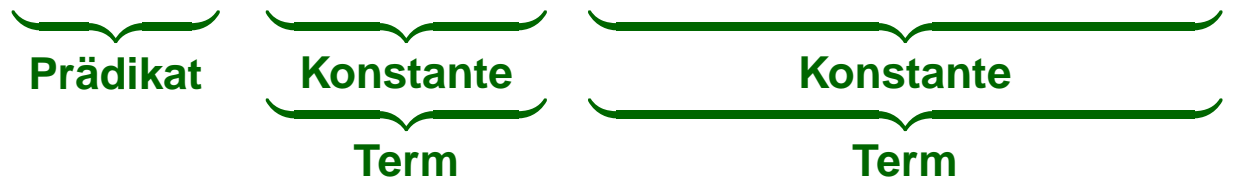


Prädikat Konstante Konstante

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

Beispiele

bruder (*kingJohn*, *richardTheLionheart*)

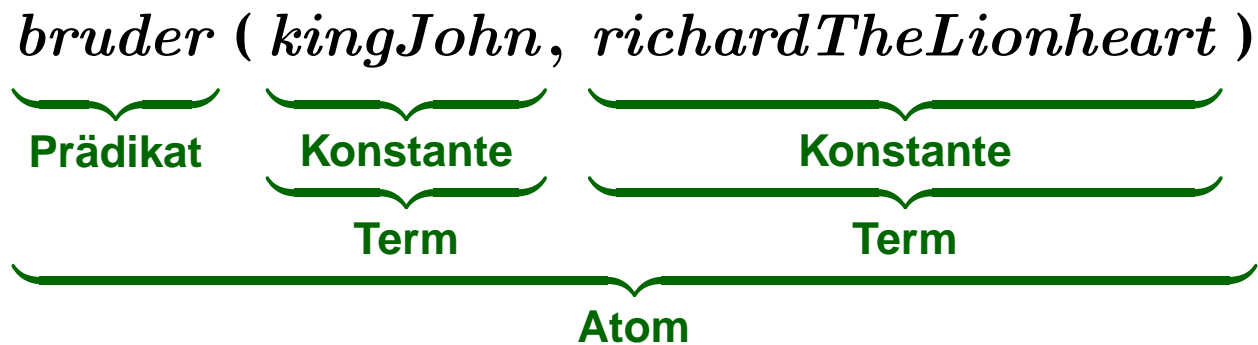


Prädikat Konstante Konstante

Term Term

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

Beispiele



Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

Beispiel

> (*laenge(linkesBein(richard)), laenge(linkesBein(kingJohn))*)

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

Beispiel

> (*laenge*(*linkesBein*(*richard*)), *laenge*(*linkesBein*(*kingJohn*)))

Prädikat Funktion Funktion Konstante Funktion Funktion Konstante

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

Beispiel

> (*laenge(linkesBein(richard))*), *laenge(linkesBein(kingJohn))*

Prädikat Funktion Funktion Konstante Funktion Funktion Konstante

Term Term

Syntax der Prädikatenlogik: Atomare Formeln

Beispiel

> (*laenge(linkesBein(richard))*, *laenge(linkesBein(kingJohn*

Prädikat Funktion Funktion Konstante Funktion Funktion Konstante

Term Term

Atom