



Übung zur Vorlesung  
**Logik für Informatiker**  
Aufgabenblatt 8

**Aufgabe 26**

Geben Sie für die Formel

$$(B \rightarrow C) \wedge (C \leftrightarrow A) \wedge (A \leftrightarrow \neg B) \wedge (B \vee \neg C)$$

eine Widerlegung mittels nachstehender Verfahren an. Wandeln Sie für (a) und (b) die Formel erst in Klauselnormalform um.

- (a) **Modell-Elimination (starke Konnektionsbedingung)**
- (b) **Klauseltableau mit schwacher Konnektionsbedingung:** Finden Sie ein reguläres und von Teil (a) abweichendes Klauseltableau.
- (c) **Aussagenlogisches Tableau**

**Aufgabe 27**

Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der Formel

$$(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg B) \wedge (A \vee B) \wedge (A \vee C) \wedge \neg C$$

mittels Klauseltableau mit schwacher Konnektionsbedingung, die keine Modell-Elimination (starke Konnektionsbedingung) ist.

**Aufgabe 28**

Seien  $p$  und  $q$  Prädikate über den natürlichen Zahlen. Die Semantik von  $p$  und  $q$  sei gegeben durch:

- $p(x, y)$  gilt genau dann, wenn  $x$  die Zahl  $y$  teilt und
- $q(x, y)$  gilt genau dann, wenn  $x \leq y$  ist.

Formalisieren Sie mit Hilfe der Prädikatenlogik:

- (a)  $y$  ist eine Primzahl.
- (b)  $y$  ist eine gerade Zahl.
- (c)  $ggt$  ist der größte gemeinsame Teiler der beiden Zahlen  $x$  und  $y$ .

- (d)  $kgV$  ist das kleinste gemeinsame Vielfache der beiden Zahlen  $x$  und  $y$ .
- (e)  $x$  und  $y$  sind teilerfremde Zahlen.

Für alle Interpretationen  $I$ , deren Universum die natürlichen Zahlen sind und für die gilt, dass

$$p^I = \{(x, y) \mid x \text{ teilt } y\} \text{ und}$$

$$q^I = \{(x, y) \mid x \leq y\}$$

ist, muss z.B. für die im Aufgabenteil (a) gebildete Formel  $F$  gelten, dass  $F^I$  genau dann wahr ist, wenn  $y^I$  eine Primzahl ist.

### Aufgabe 29

Schreiben Sie die folgenden Sätze als prädikatenlogische Formeln. Benutzen Sie dabei die einstelligen Prädikate *arbeiten*, *student*, *mensch*, *freuen*, *sterblich* und die zweistelligen Prädikate *ungleich* und *streiten*.

- (a) Jemand arbeitet.
- (b) Jeder Student arbeitet.
- (c) Kein Student arbeitet.
- (d) Kein Mensch ist unsterblich.
- (e) Wenn zwei sich streiten, freut sich der Dritte.

### Aufgabe 30

Gegeben sei die Struktur  $I = \langle U, A \rangle$  folgendermaßen:

$$U = \mathbb{R},$$

$$p^I = \{z \mid z \geq 0\},$$

$$q^I = \{(x, y) \mid x = y\},$$

$$f^I(z) = z^2,$$

$$g^I(x, y) = x + y,$$

$$x^I = \sqrt{2},$$

$$y^I = -1$$

Bestimmen Sie den Wert folgender Terme und Formeln:

- (a)  $I(g(f(x), f(y)))$
- (b)  $I(\forall x p(f(x)))$
- (c)  $I(\exists z \forall x \forall y q(g(x, y), z))$
- (d)  $I(\forall y (q(f(x), y) \rightarrow p(g(x, y))))$

**Abgabe bis 26.6.**

Schriftliche Lösungen können Sie jederzeit bis zum o.g. Datum  
in der Vorlesung oder Übung abgeben.

---

*Bernhard Beckert*: Zi. B218, Tel. 287-2775, [beckert@uni-koblenz.de](mailto:beckert@uni-koblenz.de)  
*Vladimir Klebanov*: Zi. B224, Tel. 287-2781, [vladimir@uni-koblenz.de](mailto:vladimir@uni-koblenz.de)  
*Claudia Obermaier*: Zi. B219, Tel. 287-2773, [obermaie@uni-koblenz.de](mailto:obermaie@uni-koblenz.de)  
*Christoph Gladisch*: [gladisch@uni-koblenz.de](mailto:gladisch@uni-koblenz.de)  
Materialien: <http://www.uni-koblenz.de/~beckert/Lehre/Logik/>