



Übung zur Vorlesung
Logik für Informatiker
Aufgabenblatt 9

Aufgabe 31

Geben Sie an, welche Vorkommen der Variablen in der Formel F frei und welche gebunden sind:

$$F = (\forall z(q(z) \wedge \forall x p(x, y))) \vee (\exists y p(x, y))$$

Aufgabe 32

Betrachten Sie jeweils die folgenden Substitutionen σ und Formeln F . Falls σ für F kollisionsfrei ist, geben Sie $\sigma(F)$ an; andernfalls geben Sie an, wo eine Kollision auftritt.

- (a) $\sigma = \{x/f(g(x), c)\}$ $F = \forall y(p(x, y) \vee \forall z \exists x (f(z, c) \doteq f(c, x)))$
(b) $\sigma = \{x/c, y/f(c, g(x))\}$ $F = \exists x(p(g(x), f(x, y)) \vee q(x))$
(c) $\sigma = \{y/g(x), z/g(y)\}$ $F = p(x, y) \rightarrow \exists x(q(f(x, z)) \vee \forall y(q(f(x, y))))$

Aufgabe 33

Betrachten Sie jeweils die folgenden Formeln F und G . Falls sie unifizierbar sind, geben Sie einen allgemeinsten Unifikator μ sowie das Ergebnis $F\mu = G\mu$ der Unifikation an.

- (a) $F = p(x, y)$ $G = p(f(y), f(x))$
(b) $F = q(f(f(x, y), x))$ $G = q(f(f(g(c), z), g(z)))$
(c) $F = p(x, f(y, x))$ $G = p(f(y, c), f(g(z), f(g(z), c)))$

Aufgabe 34

Beweisen Sie, dass $\forall x \exists y(p(x, y))$ eine Folgerung aus $\exists y \forall x(p(x, y))$ ist, aber nicht umgekehrt.

Aufgabe 35

Transformieren Sie die folgenden prädikatenlogischen Formeln in Klauselnormalform und geben Sie dabei alle Zwischenschritte an (bereinigte Form, Pränexform, Skolemform).

- (a) i. $(\exists x(p(x, y))) \rightarrow (\exists x(q(x, x)))$
ii. $\forall x(\forall y \exists z(r(x, y, z)) \wedge \exists z \forall y(\neg r(x, y, z)))$
(b) Bei welchen Umformungen im Aufgabenteil (a) handelt es sich nicht (!) um Äquivalenzumformungen? Begründen Sie!

Aufgabe 36

Transformieren Sie die Formel

$$F = \exists y \forall z (p(z, y) \leftrightarrow \neg \exists x (p(z, x) \wedge p(x, z)))$$

in Skolem-Normalform (mit Matrix in konjunktiver Normalform).

Abgabe bis 03.07.

Schriftliche Lösungen können Sie jederzeit bis zum o.g. Datum
in der Vorlesung oder Übung abgeben.

Bernhard Beckert: Zi. B218, Tel. 287-2775, beckert@uni-koblenz.de
Vladimir Klebanov: Zi. B224, Tel. 287-2781, vladimir@uni-koblenz.de
Claudia Obermaier: Zi. B219, Tel. 287-2773, obermaie@uni-koblenz.de
Christoph Gladisch: gladisch@uni-koblenz.de
Materialien: <http://www.uni-koblenz.de/~beckert/Lehre/Logik/>