



Universität Koblenz-Landau

SS '06

Institut für Informatik

Bernhard Beckert · www.uni-koblenz.de/~beckert

Claudia Obermaier · www.uni-koblenz.de/~obermaie

Cristoph Gladisch · www.uni-koblenz.de/~gladisch

Übung zur Vorlesung
Logik für Informatiker
Musterlösung Aufgabenblatt 6

Aufgabe 21

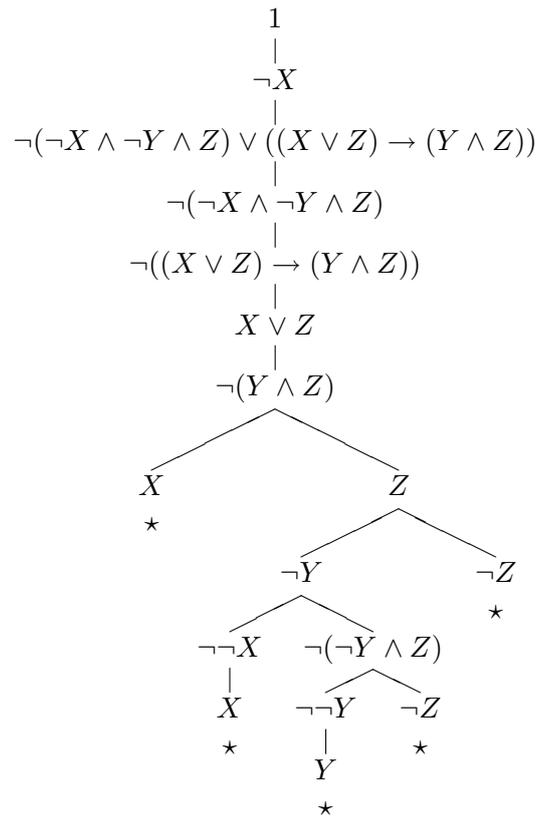
Zeigen Sie mit Hilfe des Tableaunkalküls, daß die Formel

$$F = X \vee (\neg X \wedge \neg Y \wedge Z) \vee ((X \vee Z) \rightarrow (Y \wedge Z))$$

allgemeingültig ist.

Lösung:

F ist genau dann allgemeingültig, wenn $\neg F$ unerfüllbar ist. Wir konstruieren ein Tableau für $\neg F$:



Da alle Zweige des Tableaus geschlossen sind, ist die Formel $\neg F$ unerfüllbar und damit ist F allgemeingültig.

Aufgabe 22

Geben Sie für die Formel $(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (A \vee \neg B) \wedge (A \vee C)$ Widerlegungen mittels Resolution und aussagenlogischem Tableau an.

Lösung:

Resolution:

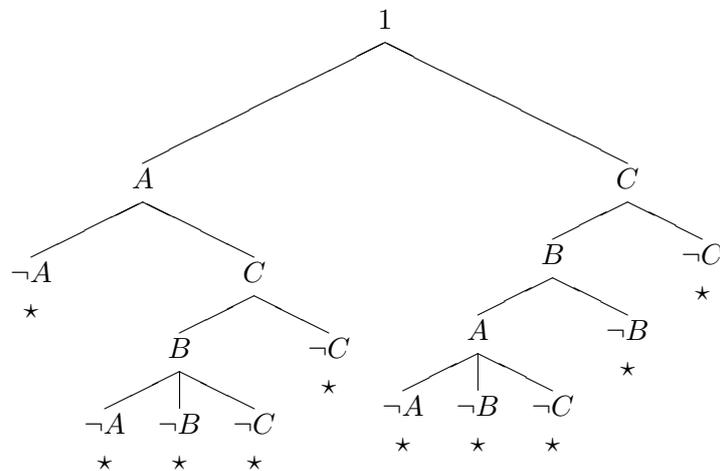
- (1) $\{\neg A, \neg B, \neg C\}$
- (2) $\{B, \neg C\}$
- (3) $\{\neg A, C\}$
- (4) $\{A, \neg B\}$

- (5) $\{A, C\}$
- (6) $\{\neg A, \neg C\}$ (aus (1) und (2))
- (7) $\{\neg A\}$ (aus (6) und (3))
- (8) $\{\neg B\}$ (aus (7) und (4))
- (9) $\{\neg C\}$ (aus (8) und (2))
- (10) $\{A\}$ (aus (9) und (5))
- (11) \square (aus (7) und (10))

Da die leere Klausel abgeleitet werden kann, ist die betrachtete Formel unerfüllbar.

Aussagenlogisches Tableau:

Da die Formel in KNF vorliegt, können wir ein Klauseltafelau konstruieren:



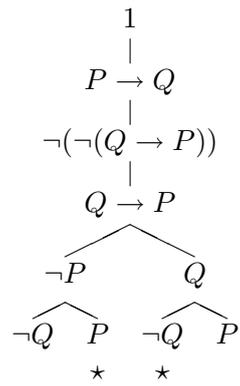
Da alle Zweige des Tableaus geschlossen sind, ist die gegebene Formel unerfüllbar.

Aufgabe 23

Untersuchen sie mit Hilfe des Tableaurechnens, ob $P \rightarrow Q \models \neg(Q \rightarrow P)$ gilt.

Lösung:

$P \rightarrow Q \models \neg(Q \rightarrow P)$ gilt genau dann, wenn $(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P)$ allgemeingültig ist. Und das gilt genau dann, wenn $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P))$ unerfüllbar ist. Wir konstruieren ein aussagenlogisches Tableau für $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P))$:



Das Tableau ist nicht geschlossen. Daher gilt $P \rightarrow Q \not\models \neg(Q \rightarrow P)$.