



Übung zur Vorlesung
Logik für Informatiker
Musterlösung Aufgabenblatt 7

Aufgabe 24

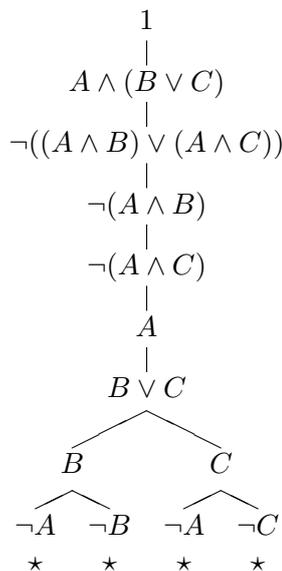
Zeigen Sie mit Hilfe des Tableaunkalküls, daß die folgenden Formeln allgemeingültig sind:

(1) $F_1 = A \wedge (B \vee C) \rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

Lösung:

Die Formel ist genau dann allgemeingültig, wenn ihr Negat

$\neg F_1 = \neg(A \wedge (B \vee C) \rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C))$ unerfüllbar ist. Wir konstruieren ein Tableau für $\neg F_1$:

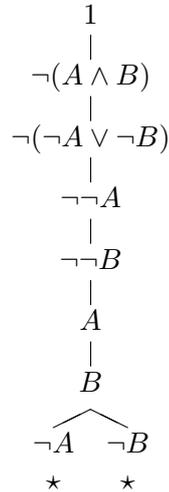


Da alle Zweige des Tableaus geschlossen sind, ist F_1 allgemeingültig.

$$(2) F_2 = \neg(A \wedge B) \rightarrow \neg A \vee \neg B$$

Lösung:

Die Formel ist genau dann allgemeingültig, wenn ihr Negat $\neg F_2 = \neg(\neg(A \wedge B) \rightarrow \neg A \vee \neg B)$ unerfüllbar ist. Wir konstruieren ein Tableau für $\neg F_2$:



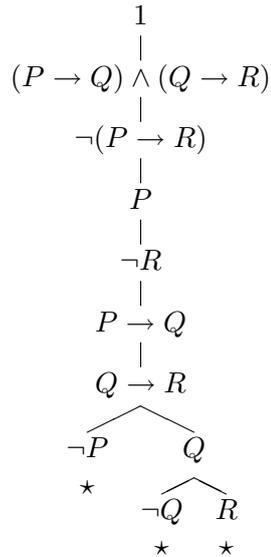
Aufgabe 25

Untersuchen Sie mit Hilfe des Tableauealküls, ob

$$(1) (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \models P \rightarrow R \text{ gilt.}$$

Lösung:

$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \models P \rightarrow R$ gilt genau dann, wenn $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$ allgemeingültig ist. Wir konstruieren ein Tableau für $\neg((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$:

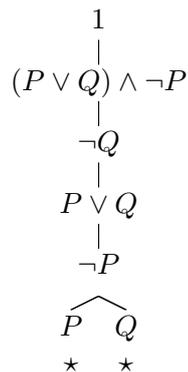


Da das Tableau zu $\neg((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$ geschlossen ist, gilt $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \models P \rightarrow R$.

(2) $(P \vee Q) \wedge \neg P \models Q$ gilt.

Lösung:

$(P \vee Q) \wedge \neg P \models Q$ gilt genau dann, wenn $(P \vee Q) \wedge \neg P \rightarrow Q$ allgemeingültig ist. Wir konstruieren ein Tableau für $\neg((P \vee Q) \wedge \neg P \rightarrow Q)$:



Da das Tableau zu $\neg((P \vee Q) \wedge \neg P \rightarrow Q)$ geschlossen ist, gilt $(P \vee Q) \wedge \neg P \models Q$.