Modale Quantorenlogik

Syntax

Die Menge aller Formeln der modalen Prädikatenlogik, Fml_{Qmod}, ist die kleinste Menge von Formeln mit:

1. jede atomare Formel ist in Fml_{Qmod}.
2. für $F_1, F_2 \in Fml_{Qmod}$ liegen auch $F_1 \wedge F_2$, $F_1 \vee F_2$, $F_1 \rightarrow F_2$ und $\neg F_1$ in Fml_{Qmod}.
3. Ist $F \in Fml_{Qmod}$ und x eine Individuenvariable, dann sind auch $\forall x F$ und $\exists x F$ Formeln in Fml_{Qmod}.
4. für $F \in Fml_{Qmod}$ gilt auch $\Box F \in Fml_{Qmod}$ und $\Diamond F \in Fml_{Qmod}$.

Kripke Strukturen für Fml_{Qmod}

$\mathcal{K} = (G, R, M)$ besteht aus einem Kripke Rahmen (G, R) und einer Abbildung M, die jedem $g \in G$ eine prädikatenlogische Struktur $M(g)$ zuordnet, so daß für alle g_1, g_2 in G mit $R(g_1, g_2)$ gilt:

- das Universum U_1 von $M(g_1)$ ist eine Teilmenge des Universums U_2 von $M(g_2)$ und
- auf der kleineren Menge U_1 stimmen die Interpretationen der Funktions- und Konstantenzeichen in $M(g_1)$ und $M(g_2)$ überein.

$\mathcal{K} = (G, R, M)$ heißt eine Kripke Struktur mit konstantem Universum, wenn für alle $g \in G$

$$M(g) = \mathcal{M}$$

gilt für eine konstante Struktur $\mathcal{M}$.

Modellrelation

1	$g \models r(t_1, \ldots t_k)$	gdw	$M(g) \models r(t_1, \ldots t_k)$ für atomare Formeln $r(t_1, \ldots t_k)$
2	$g \models F \wedge H$	gdw	$g \models F$ und $g \models H$
3	$g \models F \vee H$	gdw	$g \models F$ oder $g \models H$
4	$g \models F \rightarrow H$	gdw	(nicht $g \models F$) oder $g \models H$
5	$g \models \neg F$	gdw	nicht $g \models F$
6	$g \models \Box F$	gdw	für alle h mit $R(g,h)$gilt $h \models F$
7	$g \models \Diamond F$	gdw	es gibt ein h mit $R(g,h)$ und $h \models F$
8	$g \models \forall x F(x)$	gdw	für alle $d \in U_g$ gilt $g \models F(d)$
9	$g \models \exists x F(x)$	gdw	es gibt ein $d \in U_g$ mit $g \models F(d)$