

Einführung in die Theoretische Informatik I/ Grundlagen der Theoretischen Informatik Sommersemester 2007 11. Aufgabenblatt

Ausgabe: 02. 07. 2007

Besprechung: 10./11. 07. 2007

1 Turing-Maschinen 1

Lösung:

Idee: Das erste und das letzte Zeichen von w markieren (d.h. durch A bzw. B ersetzen), dann die Markierungen „schrittweise aufeinander zu laufen lassen“ (d.h. die linke jeweils um ein Feld nach rechts verschieben, die rechte um ein Feld nach links). Wenn die Markierungen „sich treffen“, ist die Mitte gefunden.

Die TM: $M_1 = (\{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}\}, \{a, b, c, A, B, \#\}, \delta_1, s_0)$ mit:

δ_1	a	b	c	A	B	$\#$	
s_0						(s_1, L)	zum letzten Zeichen gehen
s_1	(s_2, A)	(s_2, B)				(h, R)	re. Markierung setzen/ ε behandeln
s_2				(s_3, L)	(s_3, L)		li. Markierung suchen
s_3	(s_3, L)	(s_3, L)		(s_4, a)	(s_4, b)	(s_5, R)	li. Markierung suchen/löschen
s_4	(s_5, R)	(s_5, R)					
s_5	(s_6, A)	(s_6, B)		(s_{10}, c)	(s_{10}, c)		li. Markierung setzen/Mitte markieren
s_6				(s_7, R)	(s_7, R)		re. Markierung suchen
s_7	(s_7, R)	(s_7, R)		(s_8, a)	(s_8, b)		re. Markierung suchen/löschen
s_8	(s_9, L)	(s_9, L)					
s_9	(s_2, A)	(s_2, B)		(s_{12}, c)	(s_{12}, c)		re. Markierung setzen/Mitte (li.) markieren
s_{10}			(s_{11}, R)				
s_{11}	(s_{11}, R)	(s_{11}, R)				$(h, \#)$	Endposition einnehmen
s_{12}			(s_{13}, R)				
s_{13}	(s_{10}, c)	(s_{10}, c)					Mitte (re.) markieren

Alle nicht aufgeführten Übergänge sind undefiniert.

2 Turing-Maschinen 2

Lösung:

- M_2 erwartet ein Wort $w \in \{a, b\}^*$ als Eingabe. Wenn w mindestens 2 Zeichen lang ist und das 2. Zeichen von links ein a ist, schreibt M_2 eine 1 auf das Feld direkt rechts von w . Andernfalls schreibt M_2 eine 0 auf das Feld direkt rechts von w .

Formal ausgedrückt: M_2 berechnet die Funktion $f_2 : \{a, b, 0, 1\}^* \rightarrow \{a, b, 0, 1\}^*$ mit:

$$f_2(w) = \begin{cases} w1, & \text{falls } \exists x \in \{a, b\} \exists y \in \{a, b\}^* (w = xay) \\ w0 & \text{sonst} \end{cases}$$

2. $s_0, \#baba\# \vdash s_1, \#baba \vdash s_2, \#baba \vdash s_3, \#baba \vdash s_4, \#baba \vdash s_4, \#baba \vdash s_4, \#baba\# \vdash s_6, \#baba1 \vdash h, \#baba1\#$

3 Turing-Maschinen 3

Lösung:

M_3 hat zwei Bänder. Auf dem ersten steht zu Anfang die Eingabe; diese wird auf das zweite kopiert. Dann wird das erste Band mit 1 (dargestellt als |) initialisiert.

Dann führt M_3 eine Schleife aus: Bei jedem Durchgang wird getestet, ob die Zahl auf dem zweiten Band 0 ist (dargestellt als ε). Falls ja, hält M_3 . Andernfalls wird die Zahl auf dem ersten Band durch „Aufruf“ von \mathcal{C} verdoppelt, und von der Zahl auf dem zweiten Band wird 1 subtrahiert.

Zum Schluss steht das Ergebnis (wie gefordert) auf dem ersten Band, und das zweite Band ist leer.