Jun.-Prof. Dr. Bernhard Beckert
Ulrich Koch

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Grundzertifikat 2003 audit familiengerechte hochschule der berufundfamilie gGmbH

Theoretische Informatik I Sommersemester 07
3. Aufgabenblatt

Ausgabe: 30. 04. 2007 Besprechung: 08./09. 05. 2007

---

1 Chomsky-Hierarchie

Lösung:

1. kontextfrei und nicht rechtslinear
2. beschränkt und weder kontextsensitiv noch kontextfrei
3. kontextsensitiv und nicht kontextfrei

2 Abzählbarkeit

Lösung:

Seien A und B abzählbar. Nach Lemma 10.2 existieren injektive Funktionen $f_A : A \to \mathbb{N}_0$ und $f_B : B \to \mathbb{N}_0$.
Wir definieren $g : A \times B \to \mathbb{N}_0$ für alle $a \in A$ und alle $b \in B$ mittels:

$$g(a, b) := 2^{f_A(a)} \cdot 3^{f_B(b)}$$

Es bleibt noch zu zeigen, dass g injektiv ist, also dass es zu jeder Zahl $n \in \mathbb{N}_0$ höchstens ein $a \in A$ und ein $b \in B$ gibt, so dass $n = g(a, b)$.
Sei also $n \in \mathbb{N}_0$. n lässt sich — wie jede natürliche Zahl — eindeutig in ihre Primfaktoren zerlegen (Fundamentalsatz der Zahlentheorie). Wir unterscheiden zwei Fälle:

1. n enthält nur 2 und/oder 3 als Primfaktor(en). Dann gibt es $k, m \in \mathbb{N}_0$ mit $n = 2^k \cdot 3^m$. Da f_A und f_B injektiv sind, gibt es höchstens ein $a \in A$ und ein $b \in B$, so dass $k = f_A(a)$ und $m = f_B(b)$. Falls es a und b mit diesen Eigenschaften gibt, gilt:

$$n = 2^k \cdot 3^m = 2^{f_A(a)} \cdot 3^{f_B(b)} = g(a, b)$$

   Andernfalls gibt es kein $a \in A$ und $b \in B$ mit $n = g(a, b)$.

2. n enthält mindestens einen Primfaktor p mit $p \notin \{2, 3\}$. Dann gibt es keine natürlichen Zahlen k und m, so dass $n = 2^k \cdot 3^m$. Damit gibt es auch kein $a \in A$ und $b \in B$ mit $n = g(a, b)$.

Folglich ist (nach Lemma 10.2) $A \times B$ abzählbar. □

3 Endliche Automaten

Lösung:

Folgende Änderungen sind (gegenüber Bsp. 11.13) nötig:

- Streiche s_{acc0}, s_{rej} und die in diese Zustände führenden Kanten.
- Setze $\delta(s, 0) = s_0$.