

**Einführung in die Theoretische Informatik I/
Grundlagen der Theoretischen Informatik**

SS 2007

**Jun.-Prof. Dr. Bernhard Beckert
Ulrich Koch**

1. Teilklausur

14.05.2007

Persönliche Daten — bitte gut leserlich ausfüllen!

Vorname:

Nachname:

Matrikelnummer:

Klausurergebnis — bitte nicht ausfüllen!

Aufgabe 1: / (16 Punkte)

Aufgabe 2: / (5 Punkte)

Aufgabe 3: / (9 Punkte)

Gesamtergebnis:

Note:

1 Multiple Choice (3+6+3+4 = 16 Punkte)

Hinweis:

Bei den folgenden Ankreuzaufgaben führen falsche Kreuze zu Punktabzug!

Dabei werden insgesamt jedoch keinesfalls weniger als 0 Punkte für die jeweilige Teilaufgabe vergeben.

(a) Abzählbarkeit (3 Punkte)

Entscheiden Sie durch Ankreuzen, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

Jede endliche Menge ist abzählbar.	richtig <input checked="" type="checkbox"/>
	falsch <input type="checkbox"/>
Jede unendliche Menge ist überabzählbar.	richtig <input type="checkbox"/>
	falsch <input checked="" type="checkbox"/>
Die Menge aller Algorithmen ist überabzählbar.	richtig <input type="checkbox"/>
	falsch <input checked="" type="checkbox"/>

(b) Sprachen und Grammatiken (6 Punkte)

Entscheiden Sie durch Ankreuzen, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

Alle rechtslinearen Grammatiken sind auch kontextfrei.	richtig <input checked="" type="checkbox"/>
	falsch <input type="checkbox"/>
Alle beschränkten Grammatiken sind auch kontextsensitiv.	richtig <input type="checkbox"/>
	falsch <input checked="" type="checkbox"/>
Ein Wort besteht immer nur aus endlich vielen Buchstaben.	richtig <input checked="" type="checkbox"/>
	falsch <input type="checkbox"/>
Eine Sprache besteht immer nur aus endlich vielen Wörtern.	richtig <input type="checkbox"/>
	falsch <input checked="" type="checkbox"/>
Jede Grammatik definiert genau eine Sprache.	richtig <input checked="" type="checkbox"/>
	falsch <input type="checkbox"/>
Für jede Sprache L gibt es genau eine Grammatik, die L definiert.	richtig <input type="checkbox"/>
	falsch <input checked="" type="checkbox"/>

(c) Automaten (3 Punkte)

Entscheiden Sie durch Ankreuzen, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

Jeder determinierte endliche Automat hat genau einen Startzustand.	richtig <input checked="" type="checkbox"/>
	falsch <input type="checkbox"/>
Jeder determinierte endliche Automat hat genau einen finalen Zustand.	richtig <input type="checkbox"/>
	falsch <input checked="" type="checkbox"/>
Indeterminierte und determinierte endliche Automaten sind gleichmächtig.	richtig <input checked="" type="checkbox"/>
	falsch <input type="checkbox"/>

(d) Logik (4 Punkte)

Kreuzen Sie zu den beiden folgenden natürlichsprachlichen Sätzen jeweils diejenige prädikatenlogische Formel an, die die bessere Formalisierung des Satzes ist.

i.

Jeder Student hört mindestens zwei Vorlesungen.	
$\forall s(\text{student}(s) \Rightarrow \exists v \exists w(\text{hoert}(s, v) \wedge \text{hoert}(s, w)))$	<input type="checkbox"/>
$\forall s(\text{student}(s) \Rightarrow \exists v \exists w(\neg(v = w) \wedge \text{hoert}(s, v) \wedge \text{hoert}(s, w)))$	<input checked="" type="checkbox"/>

ii.

Jede Studentin liest ein Buch.	
$\forall s(\text{studentin}(s) \Rightarrow \exists b(\text{buch}(b) \wedge \text{liest}(s, b)))$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\exists b(\text{buch}(b) \wedge \forall s(\text{studentin}(s) \Rightarrow \text{liest}(s, b)))$	<input type="checkbox"/>

2 Sprachen und Grammatiken (2+3 = 5 Punkte)

Geben Sie für jede der beiden folgenden Grammatiken an, welche Sprache von der Grammatik erzeugt wird.

(a) $G_1 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, R, S)$ mit folgenden Regeln in R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BAC \mid Ba \\ A &\rightarrow Aa \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow b \\ C &\rightarrow cc \end{aligned}$$

Lösung:

Die Sprache kann auf verschiedene Arten dargestellt werden:

$$\begin{aligned} L(G_1) &= \{b\}\{a\}^*\{cc\} \cup \{ba\} \\ &= \{ba^ncc \mid n \geq 0\} \cup \{ba\} \\ &= \mathfrak{S}(ba^*cc + ba) \end{aligned}$$

(b) $G_2 = (\{S, B\}, \{0, 1\}, R, S)$ mit folgenden Regeln in R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 00B0 \mid 0100 \\ 0B0 &\rightarrow 10B0 \mid 100 \\ 0B1 &\rightarrow 010 \\ 1B0 &\rightarrow 00B0 \\ 1B1 &\rightarrow 011 \end{aligned}$$

Lösung:

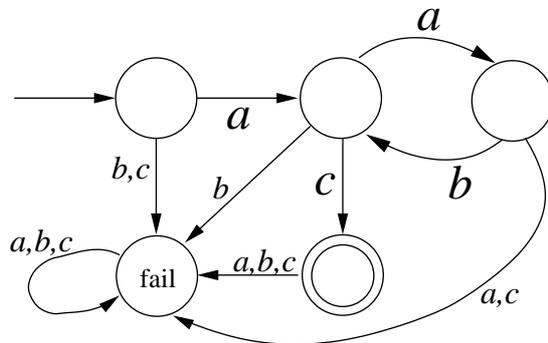
Vom Startsymbol aus können keine Wörter abgeleitet werden, in denen B anders vorkommt als in dem Kontext $0B0$. Darum können die letzten drei Regeln überhaupt keine Rolle spielen.

$$\begin{aligned} L(G_2) &= \{01\}\{1\}^*\{00\} \cup \{0100\} \\ &= \{01\}\{1\}^*\{00\} \\ &= \{01^n00 \mid n \geq 1\} \\ &= \mathfrak{S}(01^+00) \end{aligned}$$

3 Endliche Automaten (3+2+4 = 9 Punkte)

(a) Geben Sie einen determinierten endlichen Automaten für die Sprache $\mathfrak{S}(a(ab)^*c)$ an.

Lösung:

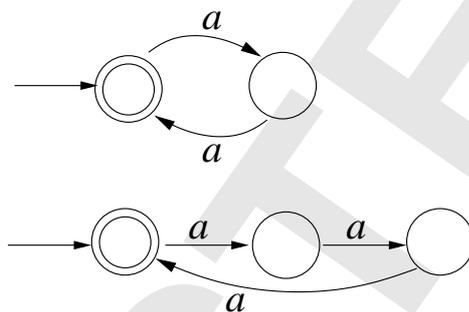


(b) Geben Sie einen indeterminierten endlichen Automaten für die folgende Sprache an:

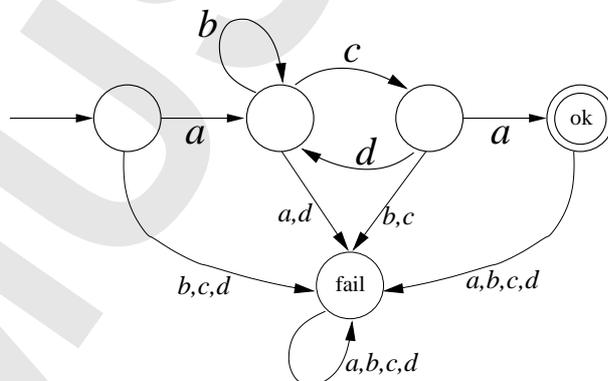
$$\{a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}_0\} \cup \{a^{3n} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$$

Hinweis: Bedenken Sie, dass indetermierte Automaten mehr als einen Startzustand haben können. Und beachten Sie auch, dass beispielsweise das Wort a^5 nicht in dieser Sprache liegt.

Lösung:



(c) Welche Sprache akzeptiert der folgende determinierte endliche Automat?



Lösung:

$$\begin{aligned} L &= \{a\}\{b, cd\}^*\{ca\} \\ &= \mathfrak{S}(a(b + cd)^*ca) \\ &= \mathfrak{S}(ab^*c(db^*c)^*a) \end{aligned}$$