

# **Vorlesung**

# **Theoretische Informatik II**

**Bernhard Beckert**

**Institut für Informatik**



**Wintersemester 2007/2008**

Diese Vorlesungsmaterialien basieren zum Teil auf den Folien zu den Vorlesungen von

**Katrin Erk** (gehalten an der Universität Koblenz-Landau)

**Jürgen Dix** (gehalten an der TU Clausthal)

**Christoph Kreitz** (gehalten an der Universität Potsdam)

Ihnen gilt mein herzlicher Dank.

– *Bernhard Beckert, Oktober 2007*

## Wahrheitswerte

$true =_{\text{def}} \lambda x. \lambda y. x$

$false =_{\text{def}} \lambda x. \lambda y. y$

## if-then-else

$\text{if } C \text{ then } U \text{ else } V =_{\text{def}} \text{???} C U V$

# Darstellung von Aussagenlogik im $\lambda$ -Kalkül

## Mit true, false, if-then-else alles darstellbar

$\neg x \equiv \text{if } x \text{ then false else true}$

$x \wedge y \equiv \text{if } x \text{ then } y \text{ else false}$

$x \vee y \equiv \text{if } x \text{ then true else } y$

## Damit

$\neg x \equiv x \text{ false true}$

$x \wedge y \equiv x y \text{ false}$

$x \vee y \equiv x \text{ true } y$

## Paare

$$mkpair(x, y) =_{\text{def}} \lambda b. b \ x \ y$$
$$fst(p) =_{\text{def}} p \ true$$
$$snd(p) =_{\text{def}} p \ false$$

## Ähnlich für

- Tupel
- Listen
- etc.

## Natürliche Zahlen

$$0 =_{\text{def}} \lambda f. \lambda x. x$$

$$1 =_{\text{def}} \lambda f. \lambda x. f\ x$$

$$2 =_{\text{def}} \lambda f. \lambda x. f(f\ x)$$

$$3 =_{\text{def}} \lambda f. \lambda x. f(f(f\ x))$$

$\vdots$

$$n =_{\text{def}} \lambda f. \lambda x. \underbrace{f(\dots(f\ x)\dots)}_{n \text{ mal}}$$

## Operationen auf natürlichen Zahlen

$$\text{succ}(n) =_{\text{def}} \lambda g. \lambda y. n \ g \ (g \ y)$$

$$+(n, m) =_{\text{def}} n \ \text{succ} \ m$$

$$*(n, m) =_{\text{def}} n \ (m \ \text{succ}) \ 0$$

$$\text{iszero}(n) =_{\text{def}} n \ (\lambda b. \text{false}) \ \text{true}$$

## Der Y-Operator

$$Y =_{\text{def}} \lambda F. (\lambda y. F(y y)) (\lambda x. F(xx))$$

## Y ist Fixpunkt-Operator

$$f(Yf) = Yf$$

für alle  $f$

## Beispiel

$$fak\ n =_{\text{def}}\ (Y\ F)\ n$$

mit

$$F =_{\text{def}}\ \lambda f.\lambda n.\text{if iszero}(n)\ \text{then}\ 1\ \text{else}\ n * (f(n-1))$$

## Allgemein

Der Y-Operator erlaubt es, beliebige  $\mu$ -rekursive Funktionen im  $\lambda$ -Kalkül zu definieren.