Vorlesung

Theoretische Informatik II

Bernhard Beckert

Institut für Informatik

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Wintersemester 2007/2008

Dank

Diese Vorlesungsmaterialien basieren zum Teil auf den Folien zu den Vorlesungen von

Katrin Erk (gehalten an der Universität Koblenz-Landau)

Jürgen Dix (gehalten an der TU Clausthal)

Christoph Kreitz (gehalten an der Universität Potsdam)

Ihnen gilt mein herzlicher Dank.

– Bernhard Beckert, Oktober 2007

Teil VII

Berechenbarkeit

Unentscheidbare Eigenschaften von Turing-Maschinen und Algorithmen

Bekanntlich unentscheidbar (Theoretische Informatik I)

- Spezielles Halteproblem
- Halteproblem
- Äquivalenzproblem

Satz von Rice

Informell

Für **jede nicht-triviale** Eigenschaft P (partieller) Funktionen:

Es **unentscheidbar**, ob die von einer Turing-Maschine berechnete Funktion die Eigenschaft P hat.

Nicht-triviale Eigenschaft

Jede Eigenschaft, die mindestens eine Funktion hat und mindestens eine Funktion nicht hat.

Merke

P ist Eigenschaft von Funktionen, nicht Turing-Maschinen

Satz von Rice

Verallgemeinerbar

Gleiches gilt für andere Berechnungsmodelle:

- Algorithmen
- Java-Programme
- λ-Ausdrücke
- μ-rekursive Funktionen
- etc.

Satz von Rice

Anwendungsbeispiele

Einige nicht-triviale Eigenschaften:

Monotonie: $\{f \mid f(i) \leq f(i+1) \text{ für alle } i\}$

Äquivalenz: $\{f \mid f = g\}$ für gegebenes g

Bildbereich: $\{f \mid j \in \text{range}(f)\}$ für gegebenes j

Quadratfunktion: $\{f \mid f(i) = i^2 \text{ für alle } i\}$

Satz von Rice

Satz von Rice [Henry Gordon Rice, 1953]

Sei

$$\emptyset \neq P \subsetneq \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \mid f \text{ Turing-berechenbar}\}$$

Sei $M_1, M_2, M_2, \ldots$ eine Aufzählung aller Turing-Maschinen.

Es ist **unentscheidbar**, ob für ein $i \in \mathbb{N}$ gilt:

die von M_i berechnete Funktion ist in P

Beweis

siehe Tafel